

Öğreten matematik Fasikülleri

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI KONU ANLATIMLI

- Hücreleme Tekniği ile Anlatılmış 70 Bölüm
- Öğreten 168 Çözümlü Örnek
- Öğreten 70 Mini Test
- 27 Tarama Testi ve 1000 Soru
- Üniversite Giriş Sınavlarında Çıkmış Sorular

Bu kitap, Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'nın 14.07.2005 tarih ve 200 sayılı kararı ile belirlenen ortaöğretim matematik dersi programına göre hazırlanmıştır.

SUNUŞ

Sevgili Öğrenciler,

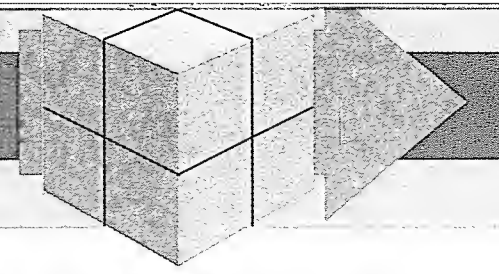
Önünüzde geleceğinizi belirleyecek olan zor bir sınav var. Bu sınavın her zamanki zorluğu yanında artık sınavın 2 aşamalı olması üniversite sınavını daha da zor bir hale getirdi. Ben de öğrencilerin her zaman başarısını artırmayı hedef alan bir eğitimci olarak, sizlere yeni sınav sisteminde başarıda belirleyici ve en fazla sorunun beklendiği alanlarda "ÖĞRETEN FASİKÜLLER" serisini çıkarmayı uygun gördüm.

Bu fasikülde; konuyu öğrencinin basit olarak anlayıp kavraması için hücreleme tekniği ile konu anlatımları, çok sayıda öğreten soruların çözümlerini her hücre ile ilgili öğreten mini test ve çok sayıda test yer almaktadır. İntegral konusunu bu teknik konu anlatımıyla siz en iyi şekilde kavrayacaksınız.

Bu fasikül, ülkemizde fasikül olarak ilk defa hücreleme tekniğiyle tarafından hazırlanmış olup; sizin başarınız sonraki çalışmalarınızda da size en iyiyi vermek için beni gayretlendirecektir.

Hepinize iyi çalışmalar, dileğiniz gerçek olsun!

Sevgilerimle,
Güray KÜÇÜK



İçindekiler

İntegral Kavramı	7
Belirsiz İntegralin Özellikleri	8
İntegral Alma Kuralları - 1	9
İntegral Alma Kuralları - 2	10
Türev İntegral Bağlantısı	11
İntegral Alma Kuralları - 3	12
İntegral Alma Kuralları - 4	13
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 1	14
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 2	15
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 3	16
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 4	17
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 5	18
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 6	19
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 7	20
İntegral Hesaplama Yöntemleri Değişken Değiştirme Yöntemi - 8	21
İntegral İşareti Altında Türev Alma	22
Trigonometrik Fonksiyonlarda Değişken Değiştirme	23
Trigonometrik Özdeşlikler Yardımıyla İntegral Alma	24
$\int \frac{dx}{1+f^2(x)}$ ve $\int \frac{dx}{\sqrt{1-f^2(x)}}$ ifadelerinin integralleri	25
$\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ ifadesinin integrali	26
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-b^2x^2}}$ ve $\int \frac{dx}{-a^2+b^2x^2}$ ifadelerinin integralleri	27
Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri - 1	28
Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri - 2	29
Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri - 3	30
Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri - 4	31
Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 1	32
Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 2	33

Öğreten Matematik Fasikülleri

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 3	34
Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 4	35
Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 5	36
Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 6	37
Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 7	38
Köklü İfadelerde Değişken Değiştirme - 1	39
Köklü İfadelerde Değişken Değiştirme - 2	40
Kısmi İntegrasyon Yöntemi - 1	41
Kısmi İntegrasyon Yöntemi - 2	42
Kesirli (Rasyonel) İfadelerin İntegrali	43
Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi - 1	44
Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi - 2	45
Belirli İntegral	46
Belirli İntegral (Karma)	47
Belirli İntegral Çift ve Tek Fonksiyon	48
Belirli İntegral Trigonometrik Fonksiyonlar	49
Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali	50
Trigonometrik Fonksiyonların Mutlak Değeri	51
İntegral İşareti Altında Türev Alma - 1 (Leibnitz Kuralı)	52
İntegral İşareti Altında Türev Alma - 2 (Leibnitz Kuralı)	53
Belirli İntegral Karma	54
Dönüşüm	55
Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı - 1	56
Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı - 2	57
x Eksenini Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı - 1	58
y Eksenini Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı	59
x Eksenini Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı - 2	60
Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı - 1	61
Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı - 2	62
y Eksenini Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı - 2	63
İki Eğri ile Sınırlı Bölgenin Alanı (x Eksenini)	64
İki Eğri ile Sınırlı Bölgenin Alanı (y Eksenini)	65
İki Eğri Arasında Kalan Bölgenin Alanı	66
x ve y eksenlerine göre sınırlı bölgenin alanı	67
Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 1	68
Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 2	69
Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 3	70
Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 4	71
Trigonometrik Fonksiyonlarda Alan Hesabı	72
Hacim Hesabı (Kapalı bölge x eksenini etrafında 360° döndürülürse)	73
Hacim Hesabı (Kapalı bölge y eksenini etrafında 360° döndürülürse)	74
Hacim Hesabı (Eğriler arasında kalan kapalı bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi)	75
Hacim Hesabı (Eğriler arasında kalan kapalı bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi)	76
TESTLER 1 - 27	77
ÖSS-ÖYS-YGS-LYSSoruları	131

İntegral Kavramı

Tanım: $[a, b]$ aralığında tanımlı iki fonksiyon $f(x)$ ve $F(x)$ olsun. $[a, b]$ nin her noktasında $F(x)$ in türevi var ve $F'(x) = f(x)$ ise F fonksiyonuna, f nin ilkelidir. $F(x)$ i bulmak için yapılan işleme $f(x)$ in belirsiz integralini alma işlemi denir.

$$\int f(x) dx = F(x) + c \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

d ile \int işlemleri birbirlerinin tersidir.

ÖĞRETEN SORU - 1

$$\int 6x^5 dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$y = x^6 \Rightarrow y' = 6x^5$$

olduğundan türevi $6x^5$ olan fonksiyon $y = x^6$ olur.

$$\int 6x^5 dx = x^6 + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 2

$$f'(x) = 8x \text{ ve } f(1) = 10$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu nedir?

Çözüm:

$$f'(x) = 8x \Rightarrow f(x) = 4x^2 + c \text{ olmalıdır.}$$

$$f(x) = 4x^2 + c \Rightarrow f(1) = 4 \cdot 1^2 + c = 10$$

$$c = 6 \text{ olur.}$$

$$\text{Buna göre, } f(x) = 4x^2 + 6 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 3

$$\int x^2 \cdot f(x) dx = x^5 + 4x^3 + c$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu nedir?

Çözüm:

$$\int x^2 \cdot f(x) dx = x^5 + 4x^3 + c$$

eşitliğin her iki tarafının türevini alalım

$$x^2 \cdot f(x) = 5x^4 + 12x^2 \quad (x^2 \text{ ye bölelim})$$

$$f(x) = 5x^2 + 12 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
1

1. $\int 3x^2 dx$
integralinin eşiti nedir?
A) $3x^2$ B) $x^3 + c$ C) $3x^2 + c$
D) $6x$ E) x^3

2. $\int (4x + 3) dx$
integralinin eşiti nedir?
A) $4x + 3$ B) $2x^2 + 3x$ C) 4
D) $2x^2 + 3x + c$ E) $x^2 + 3$

3. $f'(x) = 6x + 2$
 $f(-2) = 16$
olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu nedir?
A) $3x^2 + 2x + 8$ B) $3x^2 + 2x - 4$ C) $x^2 + 4x + 4$
D) $3x^2 - 2x$ E) $3x^2 + 4x + 12$

4. $\int x \cdot f(x) dx = x^4 - 3x^2 + c$
olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu nedir?
A) $2x^3 - 4$ B) $3x^2 - 4$ C) $4x^2 - 6$
D) $4x^2 - 4$ E) $6x^2 - 4$

5. $\int x^3 \cdot f(x) dx = 2x^5 - 6x^3 + c$
olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
A) -2 B) -4 C) -5 D) -7 E) -8

Belirsiz İntegralin Özellikleri

1. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$
Sabit çarpanlar integral dışına yazılabilir.
2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
Toplam ve farkların integrali, integraller toplamı veya integraller farkına eşittir.
3. $d \int f(x) dx = f(x) dx$
4. $\int dF(x) = F(x) + c$
5. $\frac{d}{dx} \left[\int f(x) dx \right] = \int \left[\frac{d}{dx} f(x) \right] dx = f(x)$
 $\frac{d}{dx} f(x)$ türevi ile $\int f(x) dx$ integral işlemi birbirinin tersi olduğundan dolayı etkisiz eleman olurlar. Dolayısıyla sonuç sabit farkıyla $f(x)$ fonksiyonuna eşit olur.

ÖĞRETEN SORU - 4

Aşağıdaki integrallerin çözümlerini inceleyiniz.

1. $\int 3 \sin x dx = 3 \int \sin x dx$
2. $\int (x^3 + 4^x) dx = \int x^3 dx + \int 4^x dx$
3. $d \int (x^3 + 2x) dx = (x^3 + 2x) dx$
4. $\frac{d}{dx} \int (x^3 + 1) dx = x^3 + 1$
5. $\left[\int \cos(3x + 4) dx \right]' = \cos(3x + 4)$
6. $\int d(2x^5 + x^2) = 2x^5 + x^2 + c$

ÖĞRETEN SORU - 5

$f(x) = \int (x^4 - 3x^2 + x) dx$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

Çözüm:

Teğetin eğimi birinci türevin $x = -1$ noktasındaki değeridir.

$$f'(x) = \left[\int (x^4 - 3x^2 + x) dx \right]'$$

$$f'(x) = x^4 - 3x^2 + x$$

$$f'(-1) = 1 - 3 - 1 \Rightarrow f'(-1) = -3 \text{ bulunur.}$$

O halde, $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi

$$m_T = -3 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
2

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $d \int \sin x dx = \sin x dx$
B) $\frac{d}{dx} \int (x^2 + 1) dx = x^2 + 1$
C) $\int d(x^2 + x) = x^2 + x$
D) $\int 8x dx = 4x^2 + c$
E) $\left[\int (x^4 - x^3) dx \right]' = x^4 - x^3$

- 2.
- $\int d(\cos 2x) + \frac{d}{dx} \int (2 \sin^2 x + 1) dx$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\cos 2x$ B) $\sin 2x$ C) $\sin^2 x$
D) c E) $\cos^2 x + 2$

- 3.
- $\int d(x^3 + 4x)$

integralinin eşiti nedir?

- A) $3x^2 + 4$ B) $x^3 + 4x$ C) $x^3 + 4x + c$
D) $3x^2 + 4x$ E) $x^3 + 4$

- 4.
- $f(x) = \int d(x^3 + 3x)$

olduğuna göre, $f(2) - f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

- 5.
- $f(x) = \int (x^4 + x^3 - 2x + 3) dx$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

1-C 2-D 3-C 4-E 5-B

İntegral Alma Kuralları - 1

$$\begin{aligned} \int dx &= x + c \\ \int dy &= y + c \\ \int da &= a + c \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 6

$$\int dx + \int dy - \int dt$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int dx + \int dy - \int dt = x + y - t + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 7

$$\int x dy$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int x dy &= x \int dy = x(y + c) \\ &= xy + c_1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 8

$$\int (a+1)^2 da$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int (a+1)^2 da &= \int (a^2 + 2a + 1) da \\ &= \frac{a^3}{3} + \frac{2a^2}{2} + a + c \\ &= \frac{a^3}{3} + a^2 + a + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 9

$$\int m^2 n dm + \int mn dn$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int m^2 n dm + \int mn dn &= n \int m^2 dm + m \int n dn \\ &= n \cdot \frac{m^3}{3} + c_1 + m \cdot \frac{n^2}{2} + c_2 \\ &= \frac{m^3 n}{3} + \frac{mn^2}{2} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
3

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\int dx = x + c$ B) $\int y dx = yx + c$
C) $\int x^2 dy = \frac{x^3}{3} + c$ D) $\int xy dy = \frac{xy^2}{2} + c$
E) $\int y^2 x dx = \frac{y^2 x^2}{2} + c$

- 2.
- $\int (y-2)^2 dy$
- ifadesinin eşiti nedir?

- A) $y^3 - 2y^2 + 3 + c$ B) $\frac{y^3}{3} - y^2 + 2y + c$
C) $\frac{y^3}{3} - 2y^2 + 4y + c$ D) $y^3 - y^2 + y + c$
E) $\frac{y^3}{3} - y^2 - 4y + c$

- 3.
- $\int x^2 dy + \int yx dx$
- integralinin eşiti nedir?

- A) $x^2 y + \frac{yx^2}{2} + c$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{y^2 x}{2} + c$
C) $x^2 y + y^2 x + c$ D) $x^2 y + \frac{xy^2}{2} + c$
E) $x^2 y + yx^2 + c$

- 4.
- $\int ab^2 da - \int a^2 b db$
- integralinin eşiti nedir?

- A) c B) $ab(a-b) + c$ C) $a^2 b(a-b) + c$
D) $\frac{ab}{2}(a-b) + c$ E) $\frac{a^2 b}{2}(a-b) + c$

- 5.
- $\int mn dm + \int mn dn$
- integralinin eşiti nedir?

- A) $2mn + c$ B) $m^2 n^2 + c$ C) $2mn^2 + c$
D) $\frac{mn}{2}(m+n) + c$ E) $\frac{m^2 n^2}{2}(m+n) + c$

1-C 2-C 3-A 4-A 5-D

İntegral Alma Kuralları - 2

$$\int dx = x + c$$

$$\int k \cdot dx = k \cdot x + c$$

$$\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

ÖĞRETEN SORU - 10

$$\int (x^2 + 2x + 3) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int (x^2 + 2x + 3) dx &= \frac{x^{2+1}}{2+1} + 2 \cdot \frac{x^{1+1}}{1+1} + 3x + c \\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 3x + c \\ &= \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 11

$$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx &= \int (x^{\frac{1}{2}} + x^{-2}) dx \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c \\ &= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{x} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 12

$$\int \frac{x^2 \cdot (x^3 - x + 2)}{3} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2 \cdot (x^3 - x + 2)}{3} dx &= \frac{1}{3} \int (x^5 - x^3 + 2x^2) dx \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{x^6}{6} - \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right) + c \\ &= \frac{x^6}{18} - \frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{9} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
4

$$1. \int (x^2 - 4x - 1) dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x^3}{3} - 4x^2 - x + c$ B) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 - x + c$
C) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 2x + c$ D) $x^3 + x^2 - x + c$
E) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + c$

$$2. \int \left(\frac{x^4 + x^2 - 1}{x^2} \right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x} + c$ B) $x^3 - x - \frac{1}{x} + c$
C) $\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{x} + c$ D) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{x} - x + c$
E) $\frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x^2} + c$

$$3. \int \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^3} \right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{x^2} + c$ B) $x^{\frac{3}{4}} - \frac{1}{x^2} + c$
C) $\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{x^2} + c$ D) $\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{2x^2} + c$
E) $\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{2x^2} + c$

$$4. \int (x+1) \cdot (x^2-3) dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 3x + c$
B) $\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 3x + c$
C) $x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x + c$
D) $x^3 - x^2 - 3x + c$
E) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 3x + c$

$$5. \int \frac{x}{3\sqrt[4]{x}} dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x^{\frac{7}{4}}}{4} + c$ B) $\frac{x^{\frac{7}{4}}}{21} + c$ C) $\frac{4}{21}x^{\frac{7}{4}} + c$
D) $\frac{5}{21}x^{\frac{7}{4}} + c$ E) $\frac{2}{21}x^{\frac{7}{4}} + c$

1-B 2-C 3-D 4-A 5-C

Türev ve İntegral Bağlantısı

ÖĞRETEN SORU - 13

y = f(x) fonksiyonunun (1, 6) noktasındaki teğeti-
nin eğimi 4 tür.

$$f''(x) = 12x^2 + 6$$

ise f(0) kaçtır?

Çözüm:

(1, 6) ∈ f(x) olduğundan f(1) = 6,

teğetin eğimi 4 ise f'(1) = 4 tür.

$$f'(x) = \int f''(x) dx = \int (12x^2 + 6) dx = 4x^3 + 6x + c$$

$$f'(1) = 4(1)^3 + 6(1) + c = 4 \Rightarrow c = -6 \text{ ve}$$

$$f'(x) = 4x^3 + 6x - 6 \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x) dx = \int (4x^3 + 6x - 6) dx \\ &= x^4 + 3x^2 - 6x + c_1 \end{aligned}$$

$$f(1) = (1)^4 + 3(1)^2 - 6(1) + c_1 = 6$$

$$1 + 3 - 6 + c_1 = 6 \Rightarrow c_1 = 8$$

$$f(x) = x^4 + 3x^2 - 6x + 8 \text{ olur}$$

O halde, f(0) = 8 bulunur.

ÖĞRETEN SORU - 14

$$f(x) = \int (x^2 - 12x + 3) dx$$

fonksiyonunun gösterdiği eğride dönüm noktası-
nın apsisi kaçtır?

Çözüm:

f''(x) denklemini sıfır yapan değer dönüm nokta-
sının apsisi.

Her iki tarafın türevini alalım.

$$f'(x) = x^2 - 12x + 3 \Rightarrow f''(x) = 2x - 12 = 0$$

ise x = 6 dönüm noktasının apsisi.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
5

$$1. f''(x) = 24x, f(1) = 4, f(-1) = 2$$

olduğuna göre, f(0) kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

$$2. f''(x) = 3x^2 - 4$$

olmak üzere, y = f(x) eğrisinin (1, 2) noktasındaki
teğetin eğimi 6 olduğuna göre, f(x) nedir?

- A) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 9x - \frac{21}{4}$
B) $y = \frac{x^4}{4} - x^2 + 6x - \frac{11}{4}$
C) $y = \frac{x^4}{4} + 3x^2 + 6x - \frac{15}{2}$
D) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 9x - \frac{11}{2}$
E) $y = \frac{x^4}{4} + 2x^2 - 9x - \frac{15}{4}$

$$3. f''(x) = 6x$$

olmak üzere, y = f(x) eğrisinin x = -1 noktasında-
ki teğeti y = x + 3 doğrusu olduğuna göre, f(x) ne-
dir?

- A) $y = x^3 - x^2 + 2x + 1$ B) $y = x^3 - 2x + 3$
C) $y = x^3 + x^2 + 2$ D) $y = x^3 - 2x + 1$
E) $y = x^3 - x + 2$

$$4. f(x) = \int (x^2 + 10x + 3) dx$$

fonksiyonunun gösterdiği eğride dönüm nokta-
sının apsisi kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -6 D) -5 E) -2

$$5. f(x) = \int (x^3 - 36x^2 + 4x - 8) dx$$

fonksiyonunun gösterdiği eğride dönüm nokta-
sının apsisi toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

1-B 2-A 3-D 4-D 5-C

İntegral Alma Kuralları - 1

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a \in \mathbb{R}^+ - \{1\})$$

ÖĞRETEN SORU - 15

$$\int \left(e^x + \frac{3}{x} \right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \left(e^x + \frac{3}{x} \right) dx = e^x + 3 \ln x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 16

$$\int (3^x - 2^x) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int (3^x - 2^x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{2^x}{\ln 2} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 17

$$\int \left(\frac{1}{5^x} - \frac{4}{x} - e^x \right) dx$$

Integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \left(\frac{1}{5^x} - \frac{4}{x} - e^x \right) dx = \int \left[\left(\frac{1}{5} \right)^x - \frac{4}{x} - e^x \right] dx$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{5} \right)^x}{\ln \frac{1}{5}} - 4 \ln |x| - e^x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 18

$$\int \frac{dx}{\left(\frac{3}{2} \right)^x}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{dx}{\left(\frac{3}{2} \right)^x} = \int \left(\frac{2}{3} \right)^x dx = \frac{\left(\frac{2}{3} \right)^x}{\ln \frac{2}{3}} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
6

1. $\int (2^x - e^x) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $2^x - e^x + c$ B) $\frac{2^x}{2} - e^x + c$ C) $\frac{2^x}{\ln 2} - e^x + c$
D) $2^x \cdot \ln 2 - e^x + c$ E) $\frac{2^x}{\ln 2} + e^x + c$

2. $\int \left(\frac{4}{x} - \frac{x}{4} \right) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $4 \ln |x| - x^2 + c$ B) $4 \ln |x| - \frac{x^2}{2} + c$ C) $\ln |x| - \frac{x}{4} + c$
D) $4 \ln |x| - \frac{x^2}{8} + c$ E) $4 \ln |x| - \frac{x^2}{4} + c$

3. $\int \frac{dx}{\left(\frac{3}{7} \right)^x}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\left(\frac{7}{3} \right)^x}{\ln \frac{7}{3}} + c$ B) $\frac{\left(\frac{3}{7} \right)^x}{\ln \frac{7}{3}} + c$ C) $\left(\frac{3}{7} \right)^x + c$
D) $\left(\frac{7}{3} \right)^x + c$ E) $\left(\frac{7}{3} \right)^x \cdot \ln \frac{7}{3} + c$

4. $\int \left(\frac{2}{e^{-x}} + 3x^{-1} + \frac{1}{6^{-x}} \right) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $e^x + 3 \ln |x| + \frac{6^x}{\ln 6} + c$ B) $e^x + \ln |x| + 6^{-2x} + c$
C) $2e^x + 3 \ln |x| + 6^x + c$ D) $2e^x + 3 \ln |x| + \frac{6^x}{\ln 6} + c$
E) $2e^x + 3 \ln |x| - \frac{6^x}{\ln 6} + c$

5. $\int \sqrt{\frac{e^{2x} + 2e^x + 1}{4}} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $e^x + x + c$ B) $\frac{e^x + x}{4} + c$ C) $\frac{e^x + x}{2} + c$
D) $\frac{e^x - x}{2} + c$ E) $\frac{e^x}{2} + c$

1-C 2-D 3-A 4-D 5-C

İntegral Alma Kuralları - 2

$$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \cdot dx = \sin x + c$$

$$\int (1 + \tan^2 x) dx = \int \sec^2 x \cdot dx = \tan x + c$$

$$\int (1 + \cot^2 x) dx = \int \operatorname{cosec}^2 x \cdot dx = -\cot x + c$$

ÖĞRETEN SORU - 19

$$\int \sin x dx - \int \cos x dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \sin x dx - \int \cos x dx = -\cos x - \sin x + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU - 20

$$\int \tan^2 x dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \tan^2 x dx = \int (-1 + 1 + \tan^2 x) dx$$

$$= -\int dx + \int (1 + \tan^2 x) dx$$

$$= -x + \tan x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 21

$$\int \frac{\sin 2x}{3 \cos x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{\sin 2x}{3 \cos x} dx = \int \frac{2 \sin x \cos x}{3 \cos x} dx$$

$$= \frac{2}{3} \int \sin x dx$$

$$= \frac{2}{3} (-\cos x) + c$$

$$= -\frac{2}{3} \cos x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
7

1. $\int -\cos x dx + \int -\sin x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sin x - \cos x + c$ B) $-\sin x - \cos x + c$
C) $\sin x + \cos x + c$ D) $-\sin x + \cos x + c$
E) $-2 \sin x + c$

2. $\int -2 \operatorname{cosec}^2 x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\cot x + c$ B) $-\cot x + c$ C) $-2 \cot x + c$
D) $2 \cot x + c$ E) $\frac{\cot x}{2} + c$

3. $\int \tan x \cdot \cos x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\cos x + c$ B) $-\sin x + c$ C) $\cos x + c$
D) $\sin x + c$ E) $\tan x + c$

4. $\int \cot^2 x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\cot x + c$ B) $\cot x + c$ C) $-\tan x + c$
D) $-\cot x + x + c$ E) $-\cot x - x + c$

5. $\int \sin^2 x dx + \int \cos^2 x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sin x + \cos x + c$ B) $x + c$ C) 1
D) $\frac{x^2}{2} + c$ E) $\sin x - \cos x + c$

1-D 2-D 3-A 4-E 5-B

İntegral Hesaplama Yöntemleri

Değişken Değiştirme Yöntemi – 1

f ve g türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,
 $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx$ integralinde $u = g(x)$ dönüşümü
 yapıp, her iki tarafın diferansiyeli alındığında
 $g'(x) dx = du$ olur. Bu durumda, integral
 $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) \cdot du$ bulunur.
 Burada hangi fonksiyonun u olarak seçileceği önem-
 lidir.

ÖĞRETEN SORU – 22

$$\int f''(x) \cdot f'(x) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$f'(x) = u \Rightarrow f''(x) dx = du \\ \Rightarrow dx = \frac{du}{f''(x)} \text{ olur.}$$

$$\int f''(x) \cdot f'(x) dx = \int f''(x) \cdot f'(x) \cdot \frac{du}{f''(x)} \\ = \int u \cdot du \\ = \frac{u^2}{2} + c = \frac{[f'(x)]^2}{2} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 23

$$\int (x^2 - 4x + 2)^2 \cdot (2x - 4) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^2 - 4x + 2 = u \Rightarrow (2x - 4) dx = du \\ \Rightarrow dx = \frac{du}{2x - 4} \text{ olur.}$$

$$\int (x^2 - 4x + 2)^2 \cdot (2x - 4) dx = \int u^2 \cdot (2x - 4) \cdot \frac{du}{2x - 4} \\ = \int u^2 \cdot du \\ = \frac{u^3}{3} + c \\ = \frac{(x^2 - 4x + 2)^3}{3} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
8

1. $\int f^n(x) \cdot f'(x) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $f(x) + c$ B) $\frac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + c$ C) $\frac{f(x)}{2} + c$
 D) $(f(x))^n$ E) $\frac{(f(x))^n}{n} + c$

2. $\int 2x \cdot (x^2 - 1)^3 dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{(x^2 - 1)^3}{3} + c$ B) $\frac{(x^2 - 1)^4}{4} + c$ C) $\frac{x^3}{3} - x + c$
 D) $(x^2 - 1)^3 + c$ E) $\frac{(x^2 - 1)^4}{2} + c$

3. $\int (x^3 - 2)^3 \cdot x^2 dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $(x^3 - 2)^4 + c$ B) $\frac{(x^3 - 2)^4}{4} + c$ C) $\frac{(x^3 - 2)^3}{3} + c$
 D) $\frac{(x^3 - 2)^4}{3} + c$ E) $\frac{(x^3 - 2)^4}{12} + c$

4. $\int (x^2 + 6x + 1)^2 \cdot (2x + 6) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $(x^2 + 6x + 1)^3 + c$ B) $(x^2 + 6x + 1)^4 + c$
 C) $\frac{(x^2 + 6x + 1)^3}{3} + c$ D) $\frac{(x^2 + 6x + 1)^4}{4} + c$
 E) $\frac{(x^2 + 6x + 1)^3}{6} + c$

5. $\int (2x + 1)^7 dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $(2x + 1)^7 + c$ B) $(2x + 1)^8 + c$ C) $\frac{(2x + 1)^8}{8} + c$
 D) $\frac{(2x + 1)^8}{2} + c$ E) $\frac{(2x + 1)^8}{16} + c$

1-B 2-B 3-E 4-C 5-E

Değişken Değiştirme Yöntemi – 2

ÖĞRETEN SORU – 24

$$\int \frac{x}{(x^2 + 2)^4} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^2 + 2 = u \Rightarrow 2x dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{x}{(x^2 + 2)^4} dx = \int \frac{x}{u^4} \cdot \frac{du}{2x} = \frac{1}{2} \int u^{-4} du \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{-3}}{-3} + c \\ = -\frac{1}{6(x^2 + 2)^3} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 25

$$\int x\sqrt{1+x^2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^2 + 1 = u \Rightarrow 2x dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \text{ olur.}$$

$$\int x\sqrt{1+x^2} dx = \int x\sqrt{u} \cdot \frac{du}{2x} \\ = \frac{1}{2} \int \sqrt{u} du \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ = \frac{1}{3} (1+x^2)^{\frac{3}{2}} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 26

$$\int \frac{dx}{(3x+1)^3}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$3x + 1 = u \Rightarrow 3 dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{dx}{(3x+1)^3} = \int \frac{1}{u^3} \cdot \frac{du}{3} \\ = \frac{1}{3} \int u^{-3} du \\ = \frac{1}{3} \cdot \frac{u^{-2}}{-2} + c \\ = -\frac{1}{6(3x+1)^2} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
9

1. $\int \frac{6x^2}{(x^3+1)^2} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{x^3+1} + c$ B) $\frac{2}{x^3+1} + c$ C) $\frac{-1}{x^3+1} + c$
 D) $\frac{-2}{x^3+1} + c$ E) $-2(x^3+1) + c$

2. $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+1}} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sqrt{x^2-3x+1} + c$ B) $-\sqrt{x^2-3x+1} + c$
 C) $2\sqrt{x^2-3x+1} + c$ D) $-2\sqrt{x^2-3x+1} + c$
 E) $(x^2+3x+1) + c$

3. $\int (4x+1) \cdot \sqrt{2x^2+x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{2}{3} (2x^2+x)^{\frac{3}{2}} + c$ B) $(2x^2+x)^{\frac{3}{2}} + c$
 C) $\frac{2}{3} (2x^2+x) + c$ D) $\frac{2}{3} (2x^2+x)^{\frac{2}{3}} + c$
 E) $\frac{1}{3} (2x^2+x)^{\frac{3}{2}} + c$

4. $\int \frac{dx}{(5x+2)^4}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{5(5x+2)^3} + c$ B) $\frac{1}{(5x+2)^3} + c$
 C) $-\frac{1}{15(5x+2)^3} + c$ D) $\frac{1}{15(5x+2)^3} + c$
 E) $-\frac{1}{5(5x+2)^3} + c$

5. $\int \sqrt{x^7+x^4} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{9} (x^3+1)^{\frac{2}{3}} + c$ B) $\frac{1}{9} (x^3+1)^{\frac{1}{3}} + c$
 C) $-\frac{2}{9} (x^3+1)^{\frac{3}{2}} + c$ D) $-\frac{1}{9} (x^3+1)^{\frac{3}{2}} + c$
 E) $\frac{2}{9} (x^3+1)^{\frac{3}{2}} + c$

1-D 2-C 3-A 4-C 5-E

Değişken Değiştirme Yöntemi – 3

ÖĞRETEN SORU – 27

$$\int \frac{2\ln x}{x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x} dx = du \Rightarrow dx = x du$$

$$\int \frac{2\ln x}{x} dx = \int \frac{2u}{x} \cdot x du = 2 \int u du$$

$$= 2 \frac{u^2}{2} + c$$

$$= u^2 + c = (\ln x)^2 + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 28

$$\int \frac{1+\ln x}{2+x\ln x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$2 + x\ln x = u \Rightarrow (\ln x + 1) dx = du$$

$$\int \frac{1+\ln x}{2+x\ln x} dx = \int \frac{1+\ln x}{u} \cdot \frac{du}{1+\ln x}$$

$$= \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$$

$$= \ln |2+x\ln x| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 29

$$\int \frac{\cos(\ln x)}{4x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x} dx = du \Rightarrow dx = x du \text{ olur.}$$

$$\int \frac{\cos(\ln x)}{4x} dx = \int \frac{\cos u}{4x} \cdot x du$$

$$= \frac{1}{4} \int \cos u \cdot du$$

$$= \frac{1}{4} \sin u + c$$

$$= \frac{1}{4} \sin(\ln x) + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
10

1.

$$\int \frac{\ln x^4}{x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\ln^2 x + c$

B) $4\ln^2 x + c$

C) $\frac{\ln^2 x}{2} + c$

D) $-\ln^2 x + c$

E) $-\frac{1}{2}\ln x + c$

2.

$$\int \frac{\sqrt{1-\ln x}}{x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{1-\ln x} + c$

B) $\frac{1}{3}(1-\ln x)^{\frac{3}{2}} + c$

C) $-\frac{2}{3}(1-\ln x) + c$

D) $-\frac{2}{3}(1-\ln x)^{\frac{2}{3}} + c$

E) $-\frac{2}{3}(1-\ln x)^{\frac{3}{2}} + c$

3.

$$\int \frac{\sin(\ln x)}{2x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cos(\ln x) + c$

B) $\frac{1}{2} \cos(\ln x) + c$

C) $-\frac{1}{2} \cos(\ln x) + c$

D) $\frac{1}{2} \sin(\ln x) + c$

E) $-2\cos(\ln x) + c$

4.

$$\int \frac{1}{2x \cdot \ln x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln |\ln x| + c$

B) $\frac{1}{2} \ln |\ln x| + c$

C) $-\ln |\ln x| + c$

D) $2\ln |\ln x| + c$

E) $-\frac{1}{2} \ln |\ln x| + c$

5.

$$\int \frac{2-\ln \sqrt{x}}{x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\ln x - (\ln \sqrt{x})^2 + c$

B) $\ln x - \frac{(\ln \sqrt{x})^2}{2} + c$

C) $\ln x - (\ln \sqrt{x})^2 + c$

D) $\ln x - \ln \sqrt{x} + c$

E) $2\ln x - \frac{(\ln \sqrt{x})^2}{2} + c$

Değişken Değiştirme Yöntemi – 4

$$\int e^{f(x)} \cdot f'(x) dx = e^{f(x)} + c$$

ÖĞRETEN SORU – 30

$$\int e^{3x+2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$3x + 2 = u \Rightarrow 3 dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3} \text{ olur.}$$

$$\int e^{3x+2} dx = \int e^u \cdot \frac{du}{3} = \frac{1}{3} \int e^u du$$

$$= \frac{1}{3} e^u + c = \frac{1}{3} e^{3x+2} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 31

$$\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\sin x = u \Rightarrow \cos x dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{\cos x} \text{ olur.}$$

$$\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int e^u \cdot \cos x \cdot \frac{du}{\cos x}$$

$$= \int e^u du = e^u + c$$

$$= e^{\sin x} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 32

$$\int 6x^2 \cdot e^{x^3} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^3 = u \Rightarrow 3x^2 dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2} \text{ olur.}$$

$$\int 6x^2 \cdot e^{x^3} dx = \int 6x^2 \cdot e^u \cdot \frac{du}{3x^2} = \int 2e^u du$$

$$= 2e^u + c = 2e^{x^3} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 33

$$\int \frac{dx}{e^{2x}}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{dx}{e^{2x}} = \int e^{-2x} dx \text{ tir.}$$

$$-2x = u \Rightarrow -2 dx = du \Rightarrow dx = -\frac{du}{2}$$

$$\int e^{-2x} dx = \int -e^u \cdot \frac{du}{2} = -\frac{1}{2} e^u + c$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-2x} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
11

1.

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $2e^{\sqrt{x}} + c$

B) $e^{\sqrt{x}} + c$

C) $4e^{\sqrt{x}} + c$

D) $\frac{e^{\sqrt{x}}}{x} + c$

E) $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2} + c$

2.

$$\int \frac{dx}{e^{3x+1}}$$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{3x+1} + c$

B) $e^{-3x+1} + c$

C) $-3e^{3x+1} + c$

D) $-\frac{1}{3}e^{-3x-1} + c$

E) $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + c$

3.

$$\int \sec^2 x \cdot e^{\tan x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sin x} + c$

B) $x + c$

C) $e^{\tan x} + c$

D) $\frac{e^{\tan x}}{2} + c$

E) $-e^{\tan x} + c$

4.

$$\int 4x \cdot e^{x^2+1} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{x^2+1} + c$

B) $\frac{e^{x^2+1}}{2} + c$

C) $2e^{x^2+1} + c$

D) $4e^{x^2+1} + c$

E) $\frac{e^{x^2+1}}{8} + c$

5.

$$\int e^{x^4+3\ln x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $2e^{x^4} + c$

B) $2e^{x^4} + c$

C) $4e^{x^4} + c$

D) $\frac{e^{x^3}}{3} + c$

E) $\frac{e^{x^4}}{4} + c$

Değişken Değiştirme Yöntemi – 5

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c$$

ÖĞRETEN SORU – 34

$$\int \frac{2x-3}{x^2-3x+1} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^2 - 3x + 1 = u \Rightarrow (2x - 3) dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{2x - 3}$$

$$\int \frac{2x-3}{x^2-3x+1} dx = \int \frac{2x-3}{u} \cdot \frac{du}{2x-3}$$

$$= \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$$

$$= \ln |x^2 - 3x + 1| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 35

$$\int \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$1 + \cos^2 x = u \Rightarrow -2 \sin x \cos x dx = du$$

$$\Rightarrow dx = \frac{du}{-2 \sin 2x} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx = \int \frac{\sin 2x}{u} \cdot \frac{du}{-2 \sin 2x}$$

$$= - \int \frac{du}{u} = -\ln |u| + c$$

$$= -\ln |1 + \cos^2 x| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 36

$$\int \frac{e^x}{e^x + 3} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$e^x + 3 = u \Rightarrow e^x dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{e^x} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{e^x}{e^x + 3} dx = \int \frac{e^x}{u} \cdot \frac{du}{e^x} = \int \frac{du}{u}$$

$$= \ln |u| + c$$

$$= \ln |e^x + 3| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
12

1. $\int \frac{x}{x^2-3} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x^2 - 3| + c$

B) $2\ln|x^2 - 3| + c$

C) $\frac{1}{2} \ln|x^2 - 3| + c$

D) $4\ln|x^2 - 3| + c$

E) $(x^2 - 3) + c$

2. $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cos x + c$

B) $\sin x + c$

C) $-\ln|\sin x + 1| + c$

D) $\ln|\sin x + 1| + c$

E) $\ln|\sin x| + c$

3. $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\sin 2x| + c$

B) $\ln|1 + \sin^2 x| + c$

C) $\ln|\sin^2 x| + c$

D) $\ln|\cos x| + c$

E) $\cos x + c$

4. $\int \frac{\cos x}{1 - \sin x} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\ln|1 - \sin x| + c$

B) $\ln|1 - \sin x| + c$

C) $\ln|\sin x| + c$

D) $-\ln|1 + \sin x| + c$

E) $-\ln|\sin x| + c$

5. $\int \frac{8x^3}{16 + x^4} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|16 + x^4| + c$

B) $(16 + x^4)^2 + c$

C) $\frac{x^4 + 16}{2} + c$

D) $4\ln|x^4 + 16| + c$

E) $2\ln|x^4 + 16| + c$

Değişken Değiştirme Yöntemi – 6

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + c$$

ÖĞRETEN SORU – 37

$$\int \frac{dx}{3x+5}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$3x + 5 = u \Rightarrow 3 dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3}$$

$$\int \frac{dx}{3x+5} = \int \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{3} = \frac{1}{3} \int \frac{du}{u}$$

$$= \frac{1}{3} \ln |u| + c$$

$$= \frac{1}{3} \ln |3x+5| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 38

$$\int \left(\frac{2}{x+1} - \frac{3}{4x+2} + \frac{5}{2x+1} \right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \left(\frac{2}{x+1} - \frac{3}{4x+2} + \frac{5}{2x+1} \right) dx$$

$$= 2\ln|x+1| - \frac{3}{4} \ln|4x+2| + \frac{5}{2} \ln|2x+1| + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 39

$$\int \frac{x+3}{x+1} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{x+3}{x+1} dx = \int \frac{x+1+2}{x+1} dx = \int \left(1 + \frac{2}{x+1} \right) dx$$

$$= x + 2\ln|x+1| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
13

1. $\int \frac{dx}{2x+1}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|2x+1| + c$

B) $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + c$

C) $2\ln|2x+1| + c$

D) $4\ln|2x+1| + c$

E) $\frac{1}{2} \ln|x+1| + c$

2. $\int \left(\frac{1}{3x} + \frac{2}{4x+3} \right) dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3} \ln|x| + \frac{1}{4} \ln|4x+3| + c$

B) $\ln|x| + \ln|4x+3| + c$

C) $\frac{1}{3} \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|4x+3| + c$

D) $\ln|x| + \frac{1}{2} \ln|4x+3| + c$

E) $\ln|x| + \frac{1}{4} \ln|4x+3| + c$

3. $\int \frac{x+6}{x+2} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2x + 4\ln|x+2| + c$

B) $x + \ln|x+2| + c$

C) $x + \frac{1}{2} \ln|x+2| + c$

D) $x + 2\ln|x+2| + c$

E) $x + 4\ln|x+2| + c$

4. $\int \frac{3x+10}{2x+6} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{3}{2} + \ln|2x+6| + c$

B) $\frac{3x}{2} + \ln|2x+6| + c$

C) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{2} \ln|2x+6| + c$

D) $3x + \frac{1}{2} \ln|2x+6| + c$

E) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{4} \ln|2x+6| + c$

Değişken Değiştirme Yöntemi – 7

$$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$$

$$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$$

ÖĞRETEN SORU – 40

$$\int \sin(3x+1) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$3x+1=u \Rightarrow 3 dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \sin(3x+1) dx &= \int \sin u \cdot \frac{du}{3} \\ &= -\frac{1}{3} \cos u + c = -\frac{1}{3} \cos(3x+1) + c \\ &\text{bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 41

$$\int \cos(-5x+2) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$-5x+2=u \Rightarrow -5 dx = du \Rightarrow dx = -\frac{du}{5} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \cos(-5x+2) dx &= \int -\cos u \cdot \frac{du}{5} \\ &= -\frac{1}{5} \sin u + c \\ &= -\frac{1}{5} \sin(-5x+2) + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 42

$$\int (\sin 5x + \cos(4x-1) - \sin(2x+4)) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int (\sin 5x + \cos(4x-1) - \sin(2x+4)) dx \\ = -\frac{1}{5} \cos 5x + \frac{1}{4} \sin(4x-1) + \frac{1}{2} \cos(2x+4) + c \\ \text{bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
14

1. $\int \sin(6x+2) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\cos(6x+2) + c$ B) $\frac{1}{6} \sin(6x+2) + c$
C) $-\frac{1}{6} \sin(6x+2) + c$ D) $\frac{1}{6} \cos(6x+2) + c$
E) $-\frac{1}{6} \cos(6x+2) + c$

2. $\int \cos(4x-2) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sin(4x-2) + c$ B) $-\sin(4x-2) + c$
C) $\frac{1}{4} \sin(4x-2) + c$ D) $-\frac{1}{4} \sin(4x-2) + c$
E) $\frac{1}{4} \cos(4x-2) + c$

3. $\int (\sin 2x + \cos 4x) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 4x + c$
B) $\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 4x + c$
C) $-\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 4x + c$
D) $-\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 4x + c$
E) $-\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos 4x + c$

4. $\int (\sin(1-2x) + \cos(3-2x)) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{2} \cos(1-2x) - \frac{1}{2} \cos(3-2x) + c$
B) $-\frac{1}{2} \cos(1-2x) - \frac{1}{2} \cos(3-2x) + c$
C) $-\frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2} \sin(3-2x) + c$
D) $\frac{1}{2} \cos(1-2x) - \frac{1}{2} \sin(3-2x) + c$
E) $\frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2} \sin(3-2x) + c$

1-E 2-C 3-D 4-D

Değişken Değiştirme Yöntemi – 8

ÖĞRETEN SORU – 43

$$\int 6x^3 d(x^3)$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^3 = u \text{ olsun. } du = d(x^3) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int 6x^3 d(x^3) &= \int 6u \cdot du = \frac{6u^2}{2} + c \\ &= 3u^2 + c = 3(x^3)^2 + c \\ &= 3x^6 + c \\ &\text{bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 44

$$\int \cos x d(\cos x)$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\cos x = u \text{ olsun. } du = d(\cos x) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \cos x d(\cos x) &= \int u \cdot du = \frac{u^2}{2} + c \\ &= \frac{\cos^2 x}{2} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 45

$$\int \sin^2 x d(\cos x)$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\cos x = u \text{ olsun. } du = d(\cos x) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \sin^2 x d(\cos x) &= \int (1 - \cos^2 x) \cdot d(\cos x) \\ &= \int (1 - u^2) \cdot du \\ &= u - \frac{u^3}{3} + c = \cos x - \frac{\cos^3 x}{3} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 46

$$\int \cos^2 x d(\tan x)$$

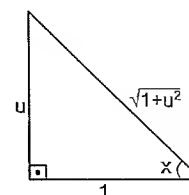
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\tan x = u \text{ olsun.}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \cos^2 x \cdot d(\tan x) &= \int \frac{1}{1+u^2} du \\ &= \arctan u + c \\ &= \arctan(\tan x) + c \\ &= x + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
15

1. $\int 6x^5 d(x^5)$

integralinin eşiti nedir?

- A) $6x^5 + c$ B) $6x^{10} + c$ C) $3x^5 + c$
D) $3x^{10} + c$ E) $12x^{10} + c$

2. $\int \sin^2 x d(\sin x)$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\sin^3 x + c$ C) $\frac{\sin^3 x}{6} + c$
D) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$ E) $\cos^3 x + c$

3. $\int \frac{d(x^3+x)}{x^3+x}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $x^3 + x + c$ B) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + c$ C) $3x^2 + c$
D) $\ln|x^3+x| + c$ E) $\frac{1}{x^3+x} + c$

4. $\int \cos^2 x d(\sin x)$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ C) $\cos x - \frac{\cos^3 x}{3} + c$
D) $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + c$ E) $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$

5. $\int \sin^2 x d(\cot x)$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\arctan x + c$ C) $\operatorname{arccot} x + c$
D) $\arctan(\cot x) + c$ E) $\arctan(\tan x) + c$

1-D 2-A 3-D 4-E 5-D

İntegral İşareti Altında Türev Alma

ÖĞRETEN SORU – 47

$$\frac{d}{dx} \left(\int \frac{x+2}{x+3} dx \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{d}{dx} \left(\int \frac{x+2}{x+3} dx \right) = \frac{x+2}{x+3} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 48

$$\frac{d}{dx} \left(\int d(x^6 + x^2) \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{d}{dx} \left(\int d(x^6 + x^2) \right) = \frac{d}{dx} (x^6 + x^2 + c) = 6x^5 + 2x \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 49

$$\frac{d^3}{dx^3} \left(\int (x^4 + 2x^3) dx \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{d^3}{dx^3} \left(\int (x^4 + 2x^3) dx \right) &= \frac{d^2}{dx^2} (x^4 + 2x^3) \\ &= \frac{d}{dx} (4x^3 + 6x^2) \\ &= 12x^2 + 12x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 50

$$\frac{d^4}{dx^4} \left(\int d(x^5 - 2x) \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{d^4}{dx^4} \left(\int d(x^5 + 2x) \right) &= \frac{d^4}{dx^4} (x^5 - 2x + c) \\ &= \frac{d^3}{dx^3} (5x^4 - 2) \\ &= \frac{d^2}{dx^2} (20x^3) \\ &= \frac{d}{dx} (60x^2) \\ &= 120x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
16

1.

$$\frac{d}{dx} \left(\int (2x^2 + x) dx \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

- A) $2x^2 + x$ B) $2x^2 + x + c$ C) $4x + 1$
D) $\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + c$ E) 4

2.

$$\frac{d}{dx} \left(\int d(\tan x) \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

- A) $\tan x$ B) $\tan x + c$ C) $\sec^2 x$
D) $\sec^2 x + c$ E) $\operatorname{cosec}^2 x$

3.

$$\frac{d^3}{dx^3} \left(\int (2x^3 + 6x) dx \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

- A) $6x^2 + 6$ B) $12x$ C) 12
D) 0 E) $2x^3 + 6x$

4.

$$\frac{d^{26}}{dx^{26}} \left(\int d(-\sin x) \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

- A) $-\cos x$ B) $-\sin x$ C) $\sin x$
D) $\cos x$ E) $\tan x$

5.

$$\frac{d^{12}}{dx^{12}} \left(\int (2x^{12} + x) dx \right)$$

İfadesinin eşiti nedir?

- A) 0 B) $12!x$ C) $2 \cdot 11!x$
D) $2 \cdot 12!$ E) $2 \cdot 12!x$

1-A 2-C 3-B 4-C 5-E

Trigonometrik Fonksiyonlarda Değişken Değiştirme

ÖĞRETEN SORU – 51

$$\int \sin^4 x \cdot \sin 2x dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sin x = u &\Rightarrow \cos x dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{\cos x} \text{ olur.} \\ \int \sin^4 x \cdot \sin 2x dx &= \int \sin^4 x \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x dx \\ &= \int 2 \sin^5 x \cdot \cos x dx \\ &= \int 2u^5 \cdot du \\ &= \frac{2u^6}{6} + c = \frac{\sin^6 x}{3} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 52

$$\int \frac{x^3}{\sin^2(x^4 + 1)} dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^4 + 1 = u &\Rightarrow 4x^3 dx = du \text{ olur.} \\ \int \frac{x^3}{\sin^2(x^4 + 1)} dx &= \int \frac{x^3}{\sin^2 u} \cdot \frac{du}{4x^3} \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{du}{\sin^2 u} \\ &= -\frac{1}{4} \cot u + c = -\frac{1}{4} \cot(x^4 + 1) + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 53

$$\int \sin(\cos^2 x) \cdot \sin 2x dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \cos^2 x = u &\Rightarrow -2 \sin x \cdot \cos x dx = du \\ &\Rightarrow dx = \frac{du}{-2 \sin 2x} \text{ olur.} \\ \int \sin(\cos^2 x) \cdot \sin 2x dx &= \int \sin u \cdot \sin 2x \cdot \frac{du}{-2 \sin 2x} \\ &= \int -\sin u \cdot du \\ &= \cos u + c \\ &= \cos(\cos^2 x) + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
17

1.

$$\int \cos^3 x \cdot \sin 2x dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\cos^5 x}{5} + c$ C) $\frac{-2 \cos^5 x}{5} + c$
D) $\frac{2 \cos^5 x}{5} + c$ E) $\frac{-3 \cos^5 x}{5} + c$

2.

$$\int \sin^2 x \cdot \sin 2x dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^4 x}{2} + c$ B) $\frac{\sin^4 x}{2} + c$ C) $\frac{\sin^4 x}{4} + c$
D) $-\frac{\sin^4 x}{2} + c$ E) $-\frac{\cos^4 x}{4} + c$

3.

$$\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3 - 1)} dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

- A) $\cot(x^3 - 1) + c$ B) $\tan(x^3 - 1) + c$
C) $\frac{\tan(x^3 - 1)}{6} + c$ D) $\frac{\cot(x^3 - 1)}{3} + c$
E) $\frac{\tan(x^3 - 1)}{3} + c$

4.

$$\int \cos(\sin^2 x) \cdot \sin 2x dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

- A) $\sin x + c$ B) $\sin(\sin x) + c$ C) $\sin(\sin^2 x) + c$
D) $\cos(\sin^2 x) + c$ E) $-\sin(\sin^2 x) + c$

5.

$$\int \frac{e^x}{\sin^2(e^x + 2)} dx$$

İntegralinin eşiti nedir?

- A) $-\cot(e^x + 2) + c$ B) $-\cot(e^x) + c$
C) $\cot(e^x + 2) + c$ D) $\tan(e^x + 2) + c$
E) $-\tan(e^x + 2) + c$

1-C 2-B 3-E 4-C 5-A

Trigonometrik Özdeşlikler Yardımıyla

İntegral Alma

ÖĞRETEN SORU – 54

$$\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} dx &= \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} dx \\ &= \int \left(\frac{\sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \right) dx \\ &= \int (\tan x + \cot x) dx = -\ln |\cos x| + \ln |\sin x| + c \\ &= \ln |\tan x| + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 55

$$\int \frac{1}{1 + \cos x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{1 + \cos x} dx &= \int \frac{1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} dx = \int \frac{1 - \cos x}{1 - \cos^2 x} dx \\ &= \int \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \right) dx \\ &= -\cot x - \int \frac{du}{u^2} \\ &= -\cot x + \frac{1}{u} + c \quad \boxed{\sin x = u} \\ &= -\cot x + \frac{1}{\sin x} + c \text{ bulunur.} \quad \boxed{\cos x dx = du} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 56

$$\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{1 + \sin x} dx &= \int \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} dx = \int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx \\ &= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx \\ &= \tan x + \int \frac{du}{u^2} \\ &= \tan x - \frac{1}{u} + c \\ &= \tan x - \frac{1}{\cos x} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
18

1. $\int \frac{1}{\sin 2x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\ln |\cos x| + \ln |\sin x| + c$
B) $\ln |\cos x| - \ln |\sin x| + c$
C) $-\frac{1}{2} [\ln |\cos x| + \ln |\sin x|] + c$
D) $\frac{1}{2} [\ln |\sin x| - \ln |\cos x|] + c$
E) $\frac{1}{2} [\ln |\cos x| + \ln |\sin x|] + c$

2. $\int \frac{1}{1 - \cos x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\cot x + \frac{1}{\sin x} + c$ B) $-\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
C) $\tan x - \frac{1}{\sin x} + c$ D) $\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
E) $-\tan x - \frac{1}{\sin x} + c$

3. $\int \frac{1}{1 - \sin x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\tan x - \frac{1}{\cos x} + c$ B) $\tan x + \frac{1}{\sin x} + c$
C) $\cot x + \frac{1}{\cos x} + c$ D) $\cot x - \frac{1}{\cos x} + c$
E) $\tan x + \frac{1}{\cos x} + c$

4. $\int \frac{1 - \cos x}{\sin x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\ln |\sin x| + c$ B) $\ln |1 + \cos x| + c$
C) $-\ln |1 + \cos x| + c$ D) $\ln |1 - \cos x| + c$
E) $-\ln |1 - \cos x| + c$

5. $\int \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\tan x - \frac{1}{\sin x} + c$ B) $\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
C) $-\cot x + \frac{1}{\sin x} + c$ D) $-\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
E) $\cot x + \frac{1}{\sin x} + c$

1-D 2-B 3-E 4-C 5-D

$$\int \frac{dx}{1+f^2(x)} \text{ ve } \int \frac{dx}{\sqrt{1-f^2(x)}}$$

İfadelerinin integralleri

$$> \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + c$$

$$> \int \frac{-dx}{1+x^2} = \operatorname{arccot} x + c$$

$$> \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$$

$$> \int \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos x + c$$

ÖĞRETEN SORU – 57

$$\int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \ln x = u &\Rightarrow \frac{1}{x} dx = du \Rightarrow dx = x \cdot du \text{ olur.} \\ \int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)} &= \int \frac{1}{x(1+u^2)} \cdot x du \\ &= \int \frac{du}{1+u^2} \\ &= \arctan u + c \\ &= \arctan(\ln x) + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 58

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{1-(e^x)^2}} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} e^x = u &\Rightarrow e^x dx = du \\ \int \frac{e^x}{\sqrt{1-(e^x)^2}} dx &= \int \frac{e^x}{\sqrt{1-u^2}} \cdot \frac{du}{e^x} \\ &= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} \\ &= \arcsin u + c \\ &= \arcsin(e^x) + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
19

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx = \arctan x^2 + c$
B) $\int \frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx = \arcsin x^3 + c$
C) $\int \frac{-dx}{1+(x+1)^2} = \operatorname{arccot}(x+1) + c$
D) $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x} = -\arctan(\sin x) + c$
E) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} dx = \arccos(\cos x) + c$

2. $\int \frac{4x^3}{1+x^8} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\arctan x^3 + c$ B) $\arctan x^4 + c$ C) $\arctan x^2 + c$
D) $\arctan x + c$ E) $\operatorname{arccot} x^4 + c$

3. $\int \frac{3x^2+2}{\sqrt{1-(x^3+2x)^2}} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\arccos(3x^2+2) + c$ B) $\arcsin(3x^2+2) + c$
C) $\arcsin(x^3+2x) + c$ D) $-\arcsin(x^3+2x) + c$
E) $\arctan(x^3+2x) + c$

4. $\int \frac{5x^4}{(x^5+1)^2+1} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\operatorname{arccot}(x^5+1) + c$ B) $\tan(x^5+1) + c$
C) $\arctan(x^5+1) + c$ D) $\arcsin(x^5+1) + c$
E) $\ln |x^5+1| + c$

5. $\int \frac{e^x+1}{\sqrt{1-(e^x+x)^2}} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\arcsin(e^x+x) + c$ B) $\arccos(e^x+x) + c$
C) $\arcsin(e^x) + c$ D) $-\arcsin(e^x+x) + c$
E) $\arctan(e^x+x) + c$

1-D 2-B 3-C 4-C 5-A

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} \text{ ifadesinin integrali}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + c$$

ÖĞRETEN SORU – 59

$$\int \frac{dx}{x^2 + 10x + 26}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^2 + 10x + 26 = x^2 + 10x + 25 + 1 \\ = (x + 5)^2 + 1 \text{ olur.}$$

$$x + 5 = u \Rightarrow dx = du \text{ olur.}$$

$$\int \frac{dx}{(x+5)^2 + 1} = \int \frac{du}{u^2 + 1} = \arctan u + c \\ = \arctan(x+5) + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 60

$$\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 25}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x^2 + 6x + 25 = x^2 + 6x + 9 + 16 = (x + 3)^2 + 4^2 \text{ olur.}$$

$$\int \frac{dx}{4^2 + (x+3)^2} = \frac{1}{4} \arctan \left(\frac{x+3}{4} \right) + c \text{ bulunur.}$$

(Formül kullanıldı)

ÖĞRETEN SORU – 61

$$\int \frac{2x-5}{x^2+9} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{2x-5}{x^2+9} dx = \int \frac{2x}{x^2+9} dx - \int \frac{5}{x^2+3^2} dx$$

$$x^2 + 9 = u \Rightarrow 2x dx = du \text{ olur.}$$

$$= \int \frac{2x}{u} \cdot \frac{du}{2x} - 5 \int \frac{dx}{x^2 + 3^2}$$

$$= \ln |u| - \frac{5}{3} \arctan \frac{x}{3} + c$$

$$= \ln |x^2 + 9| - \frac{5}{3} \arctan \frac{x}{3} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
20

1. $\int \frac{dx}{x^2 + 16}$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{16} \arctan x + c$ B) $\frac{1}{4} \arctan \frac{x}{4} + c$
C) $\frac{1}{4} \operatorname{arccot} \frac{x}{4} + c$ D) $4 \arctan \frac{x}{4} + c$
E) $\frac{1}{16} \arctan \frac{x}{16} + c$

2. $\int \frac{dx}{x^2 + 10x + 50}$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{25} \arctan \frac{x}{5} + c$ B) $\frac{1}{5} \arctan \left(\frac{x-5}{5} \right) + c$
C) $\frac{1}{5} \arctan \left(\frac{x+5}{5} \right) + c$ D) $\frac{1}{25} \arctan \left(\frac{x+5}{5} \right) + c$
E) $\frac{1}{5} \arctan \left(\frac{x+5}{25} \right) + c$

3. $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{3} \arctan \frac{x}{3} + c$ B) $\frac{1}{3} \arctan \left(\frac{x+2}{3} \right) + c$
C) $\frac{1}{9} \arctan \left(\frac{x+2}{3} \right) + c$ D) $\frac{1}{3} \operatorname{arccot} \left(\frac{x+2}{3} \right) + c$
E) $\frac{1}{3} \arctan(x+2) + c$

4. $\int \frac{x+3}{x^2 + 36} dx$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{2} \arctan \frac{x}{6} + c$ B) $\ln |x^2 + 36| + c$
C) $\frac{1}{2} |x^2 + 36| + c$ D) $\frac{1}{2} \left[\ln |x^2 + 36| + \arctan \frac{x}{6} \right] + c$
E) $\frac{1}{2} \left[\ln |x^2 + 36| + \arctan \frac{x}{3} \right] + c$

5. $\int \frac{x}{x^2 - 4x + 5} dx$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{2} \ln |x^2 - 4x + 5| + c$
B) $2 \arctan(x-2) + c$
C) $\frac{1}{2} [\ln |x^2 - 4x + 5| + 2 \arctan(x-2)] + c$
D) $\ln |x^2 - 4x + 5| - 4 \arctan(x-2) + c$
E) $\frac{1}{2} [\ln |x^2 - 4x + 5| + 4 \arctan(x-2)] + c$

1-B 2-C 3-B 4-D 5-E

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - b^2 x^2}} \text{ ve } \int \frac{dx}{a^2 + b^2 x^2}$$

ifadelerinin integralleri

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - b^2 x^2}} = \frac{1}{b} \arcsin \frac{bx}{a} + c$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{1}{a \cdot b} \arctan \frac{bx}{a} + c$$

ÖĞRETEN SORU – 62

$$\int \frac{dx}{25 + 16x^2}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{dx}{25 \left(1 + \frac{16x^2}{25} \right)} = \frac{1}{25} \int \frac{dx}{1 + \left(\frac{4x}{5} \right)^2}$$

$$\frac{4x}{5} = u \text{ olsun. } \frac{4}{5} dx = du \text{ olur.}$$

$$= \frac{1}{25} \int \frac{\frac{5}{4} du}{1 + u^2} = \frac{1}{25} \cdot \frac{5}{4} \int \frac{du}{1 + u^2}$$

$$= \frac{1}{20} \arctan u + c$$

$$= \frac{1}{20} \arctan \left(\frac{4x}{5} \right) + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 63

$$\int \frac{dx}{\sqrt{16 - (3x-1)^2}}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{16 \left(1 - \frac{(3x-1)^2}{16} \right)}} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{3x-1}{4} \right)^2}}$$

$$\frac{3x-1}{4} = u \text{ olsun. } \frac{3}{4} dx = du \Rightarrow dx = \frac{4}{3} du \text{ olur.}$$

$$= \frac{1}{4} \int \frac{\frac{4}{3} du}{\sqrt{1 - u^2}} = \frac{1}{3} \int \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}}$$

$$= \frac{1}{3} \arcsin u + c$$

$$= \frac{1}{3} \arcsin \left(\frac{3x-1}{4} \right) + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
21

1. $\int \frac{dx}{25 + 4x^2}$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{5} \arctan \frac{x}{5} + c$ B) $\frac{1}{5} \arctan \frac{2x}{5} + c$
C) $\frac{1}{10} \arctan \frac{x}{10} + c$ D) $\frac{1}{10} \arctan \frac{2x}{5} + c$
E) $\frac{1}{10} \arctan \frac{x}{5} + c$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - (2x-1)^2}}$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2x-1}{2} \right) + c$ B) $\frac{1}{2} \arcsin(2x-1) + c$
C) $\frac{1}{4} \arcsin \left(\frac{2x-1}{2} \right) + c$ D) $\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2x-1}{4} \right) + c$
E) $\frac{1}{4} \arcsin \left(\frac{2x-1}{4} \right) + c$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 6x - 8}}$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\arcsin(x-3) + c$ B) $\arcsin(x+3) + c$
C) $\arccos(x-3) + c$ D) $\arcsin(3-x) + c$
E) $\arccos(x+3) + c$

4. $\int \frac{4}{\sqrt{1 - 16x^2}} dx$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\arcsin 4x + c$ B) $\arcsin 2x + c$
C) $2 \arcsin 4x + c$ D) $4 \arcsin 4x + c$
E) $\frac{1}{4} \arcsin 4x + c$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}$
integralinin eşiti nedir?

- A) $\arcsin \left(\frac{x+3}{2} \right) + c$ B) $\arcsin(x+3) + c$
C) $\frac{1}{4} \arcsin \left(\frac{x-3}{2} \right) + c$ D) $\frac{1}{2} \arcsin(x-3) + c$
E) $\arcsin \left(\frac{x-3}{2} \right) + c$

1-D 2-A 3-A 4-A 5-E

**Bazı Özel Tipteki İntegrallerin
Değişken Değiştirmeleri – 1**

İntegratında $\sqrt{a^2 - x^2}$ den başka köklü ifade bulun-
durmayan integralleri hesaplamak için

$$x = a \sin t \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

değişken değiştirmesi yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 64

$$\int \sqrt{16 - x^2} dx$$

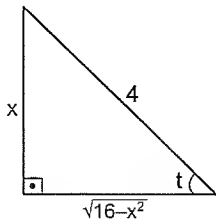
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x = 4 \sin t$ olursa, $dx = 4 \cos t dt$ olur.

$$\begin{aligned} \int \sqrt{16 - x^2} dx &= \int \sqrt{16 - 16 \sin^2 t} \cdot 4 \cos t dt \\ &= 4 \int \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot 4 \cos t dt \\ &= 4 \int \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot 4 \cos t dt = 16 \int \sqrt{\cos^2 t} \cdot \cos t dt \\ &= 16 \int \cos t \cdot \cos t dt = 16 \int \cos^2 t dt \\ &= 16 \int \frac{\cos 2t + 1}{2} dt = \frac{16}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2t + t \right) + c \end{aligned}$$

$$x = 4 \sin t \Rightarrow \sin t = \frac{x}{4}$$



$$\sin 2t = 2 \sin t \cdot \cos t$$

$$= 2 \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{\sqrt{16 - x^2}}{4} \text{ ve } t = \arcsin \frac{x}{4} \text{ yazılırsa,}$$

$$\int \sqrt{16 - x^2} dx = 8 \left(\frac{1}{2} \sin 2t + t \right) + c$$

$$= 8 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{x \sqrt{16 - x^2}}{8} + \arcsin \frac{x}{4} \right) + c$$

$$= \frac{1}{2} x \sqrt{16 - x^2} + 8 \arcsin \frac{x}{4} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
22

- $\int \sqrt{9 - x^2} dx$
integralinin eşiti nedir?
A) $\arcsin \frac{x}{3} + \frac{x}{9} \sqrt{9 - x^2} + c$
B) $2 \left[\arcsin \frac{x}{3} + \frac{x}{9} \sqrt{9 - x^2} \right] + c$
C) $\frac{9}{2} \left[\arcsin \frac{x}{3} + \frac{x}{9} \sqrt{9 - x^2} \right] + c$
D) $\frac{9}{2} \left[\arcsin \frac{x}{3} + \sqrt{9 - x^2} \right] + c$
E) $\frac{11}{2} \left[\arcsin \frac{x}{3} + \frac{x}{9} \sqrt{9 - x^2} \right] + c$

- $\int \sqrt{25 - x^2} dx$
integralinin eşiti nedir?
A) $\frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \arcsin \frac{x}{5} + c$
B) $x \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \arcsin \frac{x}{5} + c$
C) $\frac{x}{4} \sqrt{25 - x^2} + \arcsin \frac{x}{5} + c$
D) $\frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \arcsin \frac{x}{5} + c$
E) $\frac{x}{4} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{4} \arcsin \frac{x}{5} + c$

- $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{16 - x^2}}$
integralinin eşiti nedir?
A) $\frac{\sqrt{16 - x^2}}{16} + c$
B) $\frac{-\sqrt{16 - x^2}}{4x} + c$
C) $\frac{-\sqrt{16 - x^2}}{16x} + c$
D) $\frac{\sqrt{16 - x^2}}{16x} + c$
E) $-\frac{\sqrt{x^2 - 16}}{16x} + c$

- $\int \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}} dx$
integralinin eşiti nedir?
A) $2 \arcsin \frac{x}{2} - 4 \sqrt{4 - x^2} + c$
B) $\arcsin \frac{x}{2} - x \sqrt{4 - x^2} + c$
C) $2 \arcsin \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \sqrt{4 - x^2} + c$
D) $\arcsin \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \sqrt{4 - x^2} + c$
E) $2 \arcsin \frac{x}{2} + \frac{x}{2} \sqrt{4 - x^2} + c$

1-C 2-A 3-C 4-C

**Bazı Özel Tipteki İntegrallerin
Değişken Değiştirmeleri – 2**

NOT:

İntegratında $\sqrt{x^2 - a^2}$ den başka köklü ifade bulun-
durmayan integralleri hesaplamak için

$$x = \frac{a}{\cos t} \quad \left(0 \leq t < \frac{\pi}{2} \vee \frac{\pi}{2} < t \leq \pi\right)$$

değişken değiştirmesi yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 65

$$\int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x = \frac{3}{\cos t} \text{ olursa, } dx = \frac{3 \sin t}{\cos^2 t} dt \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3x} dx &= \int \frac{\sqrt{\frac{9}{\cos^2 t} - 9}}{3 \cdot \frac{3}{\cos t}} \cdot \frac{3 \sin t}{\cos^2 t} dt \\ &= \int \frac{3 \cdot \sqrt{1 - \cos^2 t}}{9 \cos t} \cdot \frac{3 \sin t}{\cos^2 t} dt \\ &= \int \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt = \int \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt = \int \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t} dt \end{aligned}$$

$$= \int \tan^2 t dt = \int (\tan^2 t - 1 + 1) dt$$

$$= \tan t - t + c$$

$$x = \frac{3}{\cos t} \Rightarrow \cos t = \frac{3}{x}$$

$$t = \arccos \frac{3}{x}$$

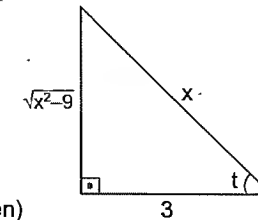
$$\tan t = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3}$$

(Şekildeki dik üçgenden)

Değerler sonuca yazılırsa

$$= \tan t - t + c$$

$$= \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3} - \arccos \frac{3}{x} + c \text{ bulunur.}$$



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
23

- $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx$
integralinin eşiti nedir?
A) $2 \left[\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2} - \arccos \frac{2}{x} \right] + c$
B) $\sqrt{x^2 - 4} - \arcsin \frac{2}{x} + c$
C) $\sqrt{x^2 - 4} - \arccos \frac{2}{x} + c$
D) $4 \left[\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2} - \arccos \frac{x}{2} \right] + c$
E) $\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2} - \arccos \frac{2}{x} + c$

- $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$
integralinin eşiti nedir?
A) $\cos \left(\arcsin \frac{1}{x} \right) + c$
B) $\sin \left(\arccos \frac{1}{x} \right) + c$
C) $\sin(\arccos x) + c$
D) $\cos \left(\arccos \frac{1}{x} \right) + c$
E) $\sin \left(\arcsin \frac{1}{x} \right) + c$

- $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$
integralinin eşiti nedir?
A) $\ln |x^2 - 4| + c$
B) $(x^2 - 4)^2 + c$
C) $\frac{1}{2} \sqrt{x^2 - 4} + c$
D) $\frac{2}{3} (x^2 - 4)^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\sqrt{x^2 - 4} + c$

- $\int \frac{dx}{2x \sqrt{x^2 - 1}}$
integralinin eşiti nedir?
A) $\arccos \frac{1}{x} + c$
B) $\frac{1}{4} \arccos \frac{2}{x} + c$
C) $\arccos(x - 1) + c$
D) $\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{x} + c$
E) $-\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{x} + c$

1-A 2-B 3-E 4-D

Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri – 3

İntegratında $\sqrt{a^2 + x^2}$ den başka köklü ifade bulunmayan integralleri hesaplamak için

$$x = a \tan t \left(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \right)$$

değişken değişirmesi yapılır.

ÖĞRETMEN SORU – 66

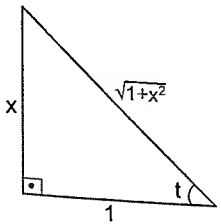
$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2} \cdot (1+x^2)}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x = \tan t \text{ olursa, } dx = \frac{1}{\cos^2 t} dt \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2} \cdot (1+x^2)} &= \int \frac{\frac{1}{\cos^2 t} dt}{\sqrt{1+\tan^2 t} \cdot (1+\tan^2 t)} \\ &= \int \frac{\frac{1}{\cos^2 t} dt}{\frac{1}{\cos t} \cdot \frac{1}{\cos^2 t}} = \int \cos t dt = \sin t + c \\ &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \tan t = x &\Rightarrow \sin t = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \\ &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETMEN MİNİ TEST

TEST 24

1. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 16}}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sqrt{16+x^2}}{2x} + c$ B) $\frac{\sqrt{16+x^2}}{4x} + c$
C) $-\frac{\sqrt{16+x^2}}{4x} + c$ D) $\frac{\sqrt{16+x^2}}{16x} + c$
E) $-\frac{\sqrt{16+x^2}}{16x} + c$

2. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{25+x^2}}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sqrt{25+x^2}}{x} + c$ B) $-\frac{\sqrt{25+x^2}}{25x} + c$
C) $-\frac{\sqrt{25+x^2}}{10x} + c$ D) $\sqrt{25+x^2} + c$
E) $-\sqrt{25+x^2} + c$

3. $\int \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{9+x^2}}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x}{\sqrt{x^2+9}} + c$ B) $\frac{9x}{\sqrt{x^2+9}}$
C) $\frac{1}{9\sqrt{x^2+9}} + c$ D) $\frac{x}{9\sqrt{x^2+9}} + c$
E) $\frac{x}{3\sqrt{x^2+9}} + c$

4. $\int \frac{dx}{(4+x^2)\sqrt{4+x^2}}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x}{4\sqrt{4+x^2}} + c$ B) $\frac{x}{\sqrt{4+x^2}} + c$
C) $\frac{1}{x\sqrt{4+x^2}} + c$ D) $\frac{4}{x\sqrt{4+x^2}} + c$
E) $\frac{x}{16\sqrt{4+x^2}} + c$

1-E 2-B 3-D 4-A

Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri – 4

İntegratında $\sin x$ ve $\cos x$ rasyonel fonksiyonları bulunuyorsa $\tan \frac{x}{2} = t$ değişken değişirmesi yapılır.

İntegrat t türünden bir rasyonel fonksiyonun integraline dönüşür.

$$\begin{aligned} \cos \frac{x}{2} &= \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \\ \sin \frac{x}{2} &= \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \\ \sin x &= 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2 \cdot \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \end{aligned}$$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{t^2+1} - \frac{t^2}{1+t^2}$$

$$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\tan \frac{x}{2} = t \Rightarrow \frac{x}{2} = \arctan t \Rightarrow x = 2 \arctan t$$

$$\Rightarrow dx = \frac{2}{1+t^2} dt \text{ dir.}$$

ÖĞRETMEN SORU – 67

$$\int \frac{dx}{1+\sin x}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\tan \frac{x}{2} = t \text{ dönüşümü kullanılırsa,}$$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2} \text{ ve } dx = \frac{2dt}{1+t^2} \text{ olur.}$$

Bu değerleri integralde yerine yazarsak;

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{1+\sin x} &= \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{1+\frac{2t}{1+t^2}} = \int \frac{2dt}{t^2+2t+1} \\ &= \int \frac{2dt}{(t+1)^2} = 2 \left(\frac{-1}{t+1} \right) + c \\ &= \frac{-2}{1+\tan \frac{x}{2}} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETMEN MİNİ TEST

TEST 25

1. $\int \frac{dx}{1-\sin x}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{1-\tan \frac{x}{2}} + c$ B) $\frac{2}{1-\tan \frac{x}{2}} + c$
C) $\frac{2}{\tan \frac{x}{2}-1} + c$ D) $\frac{4}{1-\tan \frac{x}{2}} + c$
E) $\frac{1}{\tan \frac{x}{2}-1} + c$

2. $\int \frac{dx}{1+\cos x}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\tan \frac{x}{2} + c$ B) $\frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + c$ C) $2 \tan \frac{x}{2} + c$
D) $\frac{2}{\tan \frac{x}{2}} + c$ E) $\frac{1}{\tan \frac{x}{2}} + c$

3. $\int \frac{dx}{1+\sin x - \cos x}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| - \ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + c$
B) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + \ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + c$
C) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + c$
D) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} - 1 \right| + c$
E) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| - \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + c$

4. $\int \frac{dx}{1+\sin x + \cos x}$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + c$ B) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + c$
C) $2 \ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + c$ D) $\ln \left| 2 \tan \frac{x}{2} - 1 \right| + c$
E) $\ln \left| 2 \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + c$

1-B 2-A 3-A 4-B

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 1

ÖĞRETEN SORU - 68

$$\int \cot x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sin x = u &\Rightarrow \cos x \, dx = du \\ \int \cot x \, dx &= \int \frac{\cos x}{\sin x} \, dx = \int \frac{\cos x}{u} \cdot \frac{du}{\cos x} \\ &= \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c = \ln |\sin x| + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 69

$$\int (\tan^6 x + \tan^4 x) \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \tan x = u &\Rightarrow (1 + \tan^2 x) \, dx = du \text{ olur.} \\ \int (\tan^6 x + \tan^4 x) \, dx &= \int \tan^4 x (\tan^2 x + 1) \, dx \\ &= \int u^4 \cdot du = \frac{u^5}{5} + c \\ &= \frac{\tan^5 x}{5} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 70

$$\int \frac{\cot^2 x}{\sin^2 x} \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \cot x = u &\Rightarrow -\operatorname{cosec}^2 x \, dx = du \\ &\Rightarrow -\frac{dx}{\sin^2 x} = du \\ &\Rightarrow dx = -\sin^2 x \, du \text{ olur.} \\ \int \frac{\cot^2 x}{\sin^2 x} \, dx &= \int \frac{u^2}{\sin^2 x} \cdot (-\sin^2 x \, du) \\ &= \int -u^2 \, du \\ &= -\frac{u^3}{3} + c \\ &= -\frac{\cot^3 x}{3} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
26

1. $\int \tan x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\ln|\sin x| + c$ B) $\ln|\sin x| + c$
C) $-\ln|\cos x| + c$ D) $\ln|\cos x| + c$
E) $\ln|\tan x| + c$

2. $\int (\cot x + \cot^3 x) \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\frac{\cot^2 x}{2} + c$ B) $\frac{\tan^2 x}{2} + c$ C) $\frac{\cot^2 x}{2} + c$
D) $\frac{\sin^2 x}{2} + c$ E) $-\frac{\tan^2 x}{2} + c$

3. $\int \frac{\tan^3 x}{\cos^2 x} \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\tan^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\tan^4 x}{4} + c$ C) $-\frac{\tan^4 x}{4} + c$
D) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$ E) $-\frac{\sin^4 x}{4} + c$

4. $\int \cot^2 x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $x - \cot x + c$ B) $-x + \tan x + c$
C) $x - \tan x + c$ D) $-x - \cot x + c$
E) $-x + \cot x + c$

5. $\int \frac{\cot^3 x}{\sin^2 x} \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\frac{\cot^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\tan^4 x}{x} + c$ C) $\frac{\cot^4 x}{4} + c$
D) $-\cot^4 x + c$ E) $-\frac{\cot^4 x}{4} + c$

1-C 2-A 3-B 4-D 5-E

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 2

✓ $\sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)]$

✓ $\sin A \cdot \sin B = -\frac{1}{2} [\cos(A+B) - \cos(A-B)]$

✓ $\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A+B) + \cos(A-B)]$

trigonometrik eşitliklerinden yararlanarak integralleri hesaplaması kolay hale dönüştürebiliriz.

ÖĞRETEN SORU - 71

$$\int \sin 7x \cdot \sin x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Trigonometrik eşitliklerden

$$\sin 7x \cdot \sin x = -\frac{1}{2} [\cos 8x - \cos 6x]$$

ifadeleri integralde yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} \int \sin 7x \cdot \sin x \, dx &= \int -\frac{1}{2} [\cos 8x - \cos 6x] \, dx \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{\sin 8x}{8} - \frac{\sin 6x}{6} \right] + c \\ &= \frac{\sin 6x}{12} - \frac{\sin 8x}{16} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 72

$$\int \sin 6x \cdot \cos 2x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Trigonometrik eşitliklerden

$$\sin 6x \cdot \cos 2x = \frac{1}{2} [\sin 8x + \sin 4x]$$

ifadelesi integralde yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} \int \sin 6x \cdot \cos 2x \, dx &= \int \frac{1}{2} [\sin 8x + \sin 4x] \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left[-\frac{\cos 8x}{8} - \frac{\cos 4x}{4} \right] + c \\ &= -\frac{\cos 8x}{16} - \frac{\cos 4x}{8} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
27

1. $\int \sin 3x \cdot \sin x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$
B) $-\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$
C) $\sin 4x + \sin 2x + c$
D) $\frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{4} \sin 2x + c$
E) $-\frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{4} \sin 2x + c$

2. $\int \cos 5x \cdot \cos 2x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{14} \sin 7x + \frac{1}{6} \sin 3x + c$ B) $\frac{1}{7} \sin 7x + \frac{1}{3} \sin 3x + c$
C) $\frac{1}{7} \sin 7x - \frac{1}{3} \sin 3x + c$ D) $\frac{1}{14} \sin 7x - \frac{1}{6} \sin 3x + c$
E) $-\frac{1}{14} \sin 7x - \frac{1}{6} \sin 3x + c$

3. $\int \sin \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{3x}{4} \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $2 \cos x + 2 \cos \frac{x}{2} + c$ B) $-\frac{1}{2} \cos x + \cos \frac{x}{2} + c$
C) $-2 \cos x + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + c$ D) $\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + c$
E) $4 \cos x - 2 \cos \frac{x}{2} + c$

4. $\int \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 4x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{24} \cos 6x + \frac{1}{8} \cos 2x + c$
B) $\frac{1}{24} \cos 6x - \frac{1}{8} \cos 2x + c$
C) $-\frac{1}{12} \cos 6x - \frac{1}{6} \cos 2x + c$
D) $\frac{1}{12} \cos 6x + \frac{1}{4} \cos 2x + c$
E) $-\frac{1}{24} \cos 6x + \frac{1}{8} \cos 2x + c$

1-B 2-A 3-B 4-E

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 3

- $\triangleright \sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\triangleright \tan x \cdot \cot x = 1$
 $\triangleright \sin 2x = 2 \sin x \cos x$
 $\triangleright \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $\quad = 2 \cos^2 x - 1$
 $\quad = 1 - 2 \sin^2 x$
 $\triangleright \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$
 $\triangleright \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

ÖĞRETEN SORU - 73

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \sqrt{1 + \cos 2x} \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ olduğundan yerine yazılırsa

$$\begin{aligned}
 \int \sqrt{1 + \cos 2x} \, dx &= \int \sqrt{1 + 2 \cos^2 x - 1} \, dx \\
 &= \int \sqrt{2 \cos^2 x} \, dx \\
 &= \int \sqrt{2} \cos x \, dx \\
 &= \sqrt{2} \sin x + c \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 74

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \sqrt{1 + \sin 2x} \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

eşitliklerini yerine yazalım.

$$\begin{aligned}
 \int \sqrt{1 + \sin 2x} \, dx &= \int \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x} \, dx \\
 &= \int \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} \, dx \\
 &= \int (\sin x + \cos x) \, dx \\
 &= \sin x - \cos x + c \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
28

1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sqrt{2} \sin x + c$ B) $\sqrt{2} \cos x + c$
 C) $-\sqrt{2} \sin x + c$ D) $-\sqrt{2} \cos x + c$
 E) $-2 \cos x + c$

2. $\int \frac{\sin 4x}{\cos^2 x - \sin^2 x} \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\cos 2x + c$ B) $\cos 2x + c$
 C) $\sin x - \cos x + c$ D) $\sin 2x + c$
 E) $-\frac{1}{2} \cos 2x + c$

3. $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sin 2x + c$ B) $\cos 2x + c$
 C) $\frac{1}{2} \sin 2x + c$ D) $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$
 E) $2 \sin 2x + c$

4. $\int \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\frac{1}{16} \sin 4x + c$ B) $-\frac{1}{4} \cos 4x + c$
 C) $\frac{1}{4} \sin 4x + c$ D) $\frac{1}{16} \cos 4x + c$
 E) $-\frac{1}{16} \cos 4x + c$

5. $\int \frac{\cos x - 1}{\sin x} \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $2 \ln |\sin x| + c$ B) $\ln \left| \sin \frac{x}{2} \right| + c$
 C) $2 \ln \left| \cos \frac{x}{2} \right| + c$ D) $\ln \left| \cos \frac{x}{2} \right| + c$
 E) $-2 \ln \left| \cos \frac{x}{2} \right| + c$

1-D 2-A 3-C 4-E 5-C

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 4

ÖĞRETEN SORU - 75

$$\int \sin^2 x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \text{ eşitliğini yerine yazalım.}$$

$$\begin{aligned}
 \int \sin^2 x \, dx &= \int \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx \\
 &= \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + c \\
 &= \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + c \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 76

$$\int \sin^3 x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned}
 \int \sin^3 x \, dx &= \int \sin^2 x \cdot \sin x \, dx \\
 &= \int (1 - \cos^2 x) \cdot \sin x \, dx
 \end{aligned}$$

$$\cos x = u \text{ ise } -\sin x \, dx = du \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned}
 \int (1 - \cos^2 x) \cdot \sin x \, dx &= \int (1 - u^2) \cdot \sin x \cdot \frac{du}{-\sin x} \\
 &= - \int (1 - u^2) \, du \\
 &= -u + \frac{u^3}{3} + c \\
 &= -\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + c \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
29

1. $\int \cos^2 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos 2x}{4} + \frac{x}{2} + c$ B) $\frac{\sin 2x}{4} - \frac{x}{2} + c$
 C) $\frac{\sin 2x}{2} + \frac{x}{2} + c$ D) $\frac{\cos 2x}{2} + \frac{x}{2} + c$
 E) $\frac{\sin 2x}{4} + \frac{x}{2} + c$

2. $\int \sin^5 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sin^5 x}{5} + \frac{2 \sin^3 x}{3} - \sin x + c$
 B) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^2 x}{2} + c$
 C) $-\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + 5$
 D) $-\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{2}{3} \cos^3 x - \cos x + c$
 E) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{2}{3} \cos^3 x + \cos x + c$

3. $\int \cos^3 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\cos x - \frac{\cos^3 x}{3} + c$
 C) $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + c$ D) $2 \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$
 E) $\sin x - \frac{\sin^2 x}{2} + c$

4. $\int \cos^5 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\sin x - \sin^3 x + \sin^5 x + c$
 B) $\cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x + \frac{\cos^5 x}{5} + c$
 C) $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{\sin^5 x}{5} + c$
 D) $-\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$
 E) $-\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{\sin^5 x}{5} + c$

1-E 2-D 3-A 4-C

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 5

p ve q pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\int \cos^p x \cdot \sin^q x \, dx$$

şeklindeki integrallerin hesaplanmasında

p ve q nun ikisi de tek sayı ise biri diğeri cinsinden ifade edilerek basit değişken değiştirme ile integral hesaplanır.

ÖĞRETEN SORU – 77

$\int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx$
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx &= \int \sin^2 x \cdot \sin x \cdot \cos x \, dx \\ &= \int (1 - \cos^2 x) \cdot \sin x \cdot \cos x \, dx \end{aligned}$$

$\cos x = u$ olsun. $-\sin x \, dx = du$ olur.

$$\begin{aligned} \int (1 - u^2) \cdot u \cdot \sin x \cdot \frac{du}{-\sin x} &= \int (u^3 - u) \, du \\ &= \frac{u^4}{4} - \frac{u^2}{2} + c \\ &= \frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^2 x}{2} + c \end{aligned}$$

bulunur.

Bu soruda $\sin x = u$ dönüşümünde yapılabilir.

ÖĞRETEN SORU – 78

$\int \sin^5 x \cdot \cos^5 x \, dx$
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \sin^5 x \cdot \cos^5 x \, dx &= \int \sin^4 x \cdot \cos^4 x \cdot \cos x \, dx \\ &= \int \sin^4 x \cdot (1 - \sin^2 x)^2 \cdot \cos x \, dx \end{aligned}$$

$\sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$ olur.

$$\begin{aligned} \int u^4 \cdot (1 - u^2)^2 \, du &= \int u^4 \cdot (1 - 2u^2 + u^4) \, du \\ &= \int (u^4 - 2u^6 + u^8) \, du \\ &= \frac{u^5}{5} - \frac{2u^7}{7} + \frac{u^9}{9} + c \\ &= \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{2\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^9 x}{9} + c \end{aligned}$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
30

1. $\int \cos^3 x \cdot \sin x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^2 x}{2} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$ B) $\frac{\sin^2 x}{2} + \frac{\sin^4 x}{4} + c$
C) $\frac{\sin^2 x}{2} - \frac{\sin^4 x}{4} + c$ D) $\sin x - \frac{\sin^2 x}{2} + c$
E) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^2 x}{2} + c$

2. $\int \sin^5 x \cdot \cos x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{2} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$
B) $\frac{\sin^6 x}{6} + \frac{\sin^4 x}{2} - \frac{\sin^2 x}{2} + c$
C) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$
D) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{2} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$
E) $\frac{\cos^6 x}{6} - \frac{\cos^4 x}{2} + \frac{\cos^2 x}{4} + c$

3. $\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{4} + c$ B) $\frac{\sin^6 x}{6} + \frac{\sin^4 x}{4} + c$
C) $\frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$ D) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^2 x}{2} + c$
E) $\frac{\cos^6 x}{6} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$

4. $\int \sin^5 x \cdot \cos^3 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + c$ B) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^8 x}{8} + c$
C) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$ D) $\frac{\sin^8 x}{8} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$
E) $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^4 x}{4} + c$

1-C 2-D 3-E 4-A

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 6

p ve q pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\int \cos^p x \cdot \sin^q x \, dx$$

şeklindeki integrallerin hesaplanmasında p ve q dan biri tek, biri çift sayı ise, tek sayı olandan bir tanesi ayrılır. Geriye kalan ifade diğeri cinsinden ifade edilerek basit değişken değiştirme kuralı uygulanır.

ÖĞRETEN SORU – 79

$\int \cos^3 x \cdot \sin^4 x \, dx$
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \cos^3 x \cdot \sin^4 x \, dx &= \int \cos x \cdot \cos^2 x \cdot \sin^4 x \, dx \\ &= \int \cos x \cdot (1 - \sin^2 x) \cdot \sin^4 x \, dx \end{aligned}$$

$\sin x = u$ olsun. $\cos x \, dx = du$ olur.

$$\begin{aligned} \int (1 - u^2) \cdot u^4 \cdot \cos x \cdot \frac{du}{\cos x} &= \int (u^4 - u^6) \, du \\ &= \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + c \\ &= \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c \end{aligned}$$

bulunur.

Bu soruda $\sin x = u$ dönüşümünde yapılabilir.

ÖĞRETEN SORU – 80

$\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x \, dx$
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} &= \int \sin^4 x \cdot \cos^4 x \cdot \cos x \, dx \\ &= \int \sin^4 x \cdot (1 - \sin^2 x)^2 \cdot \cos x \, dx \\ \sin x = u \text{ olsun. } \cos x \, dx &= du \text{ olur.} \\ &= \int u^4 \cdot (1 - u^2)^2 \cdot \cos x \cdot \frac{du}{\cos x} \\ &= \int u^4 \cdot (1 - 2u^2 + u^4) \, du = \int (u^4 - 2u^6 + u^8) \, du \\ &= \frac{u^5}{5} - \frac{2u^7}{7} + \frac{u^9}{9} + c \\ &= \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{2\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^9 x}{9} + c \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
31

1. $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$ B) $\frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^5 x}{5} + c$
C) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$ D) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$
E) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$

2. $\int \sin^2 x \cdot \cos x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$
C) $\frac{\sin^3 x}{3} - \sin x + c$ D) $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c$
E) $\frac{\sin^3 x}{3} - x + c$

3. $\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$ B) $\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + c$
C) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$ D) $\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + c$
E) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + c$

4. $\int \cos^4 x \cdot \sin x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos^5 x}{5} + c$ B) $\frac{\sin^5 x}{5} + c$ C) $-\frac{\cos^5 x}{5} + c$
D) $-\frac{\sin^5 x}{5} + c$ E) $-\cos^5 x + c$

5. $\int \cos^2 x \cdot \sin^3 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sin^5 x}{5} + \frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c$
C) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$ D) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + c$
E) $\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^3 x}{3} + c$

1-C 2-A 3-E 4-C 5-D

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 7

p ve q pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\int \cos^p x \cdot \sin^q x \, dx$$

şeklindeki integrallerin hesaplanmasında

> p ve q nun her ikisi de çift sayı ise

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

eşitlikleri yerine yazılarak bulunur.

ÖĞRETEN SORU - 81

$\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \, dx$
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \, dx &= \int \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) \cdot \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right) dx \\ &= \int \frac{1 - \cos^2 2x}{4} dx \\ &= \frac{1}{4} \int dx - \frac{1}{4} \int \cos^2 2x \, dx \\ &= \frac{1}{4} x - \frac{1}{4} \int \frac{1 + \cos 4x}{2} dx \\ &= \frac{1}{4} x - \frac{1}{8} \int dx - \frac{1}{8} \int \cos 4x \, dx \\ &= \frac{1}{4} x - \frac{1}{8} x - \frac{1}{32} \sin 4x + c \\ &= \frac{1}{8} x - \frac{1}{32} \sin 4x + c \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 82

$\int \cos^4 x \, dx$
integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \cos^4 x &= (\cos^2 x)^2 = \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right)^2 \\ &= \frac{1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x}{4} \\ \int \cos^4 x \, dx &= \frac{1}{4} \int (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) dx \\ &= \frac{1}{4} \left[x + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + \int \frac{1 + \cos 4x}{2} dx \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[x + \sin 2x + \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{4} \sin 4x \right) \right] + c \\ &\quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
32

1. $\int \sin^2 2x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{4} + c$ B) $\frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{8} + c$
C) $\frac{x}{4} - \frac{\sin 4x}{2} + c$ D) $\frac{x}{4} - \frac{\sin 4x}{8} + c$
E) $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + c$

2. $\int \cos^2 3x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 6x}{12} + c$ B) $\frac{x}{4} + \frac{\sin 6x}{6} + c$
C) $\frac{x}{6} + \frac{\sin 6x}{12} + c$ D) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 6x}{6} + c$
E) $\frac{x}{4} + \frac{\sin 6x}{12} + c$

3. $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x}{4} - \frac{1}{32} \sin 12x + c$ B) $\frac{x}{8} + \frac{1}{24} \sin 12x + c$
C) $\frac{x}{8} - \frac{1}{96} \sin 12x + c$ D) $\frac{x}{12} - \frac{1}{48} \sin 12x + c$
E) $\frac{x}{8} + \frac{1}{96} \sin 12x + c$

4. $\int \sin^4 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x}{8} - \sin 2x + \frac{\sin 4x}{4} + c$
B) $\frac{x}{4} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 4x}{4} + c$
C) $\frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 4x}{32} + c$
D) $\frac{3x}{8} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} + c$
E) $\frac{x}{4} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} + c$

5. $\int \left(1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} \right) dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $-\sin x + c$ B) $\cos x + c$
C) $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + c$ D) $-\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + c$
E) $\sin x + c$

1-B 2-A 3-C 4-D 5-E

Köklü İfadelerde Değişken Değiştirme - 1

ÖĞRETEN SORU - 83

$$\int \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Kök dereceleri 2 ve 3 olduğundan

OKEK(2, 3) = 6 dır.

Bu durumda

$$x+1 = t^6 \Rightarrow dx = 6t^5 dt$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx &= \int \frac{\sqrt{t^6}+2}{\sqrt[3]{t^6}} \cdot 6t^5 dt \\ &= \int \frac{t^3+2}{t^2} \cdot 6t^5 dt = \int (6t^6 + 12t^3) dt \\ &= \frac{6t^7}{7} + \frac{12t^4}{4} + c = \frac{6}{7}(x+1)^{\frac{7}{6}} + 3(x+1)^{\frac{2}{3}} + c \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 84

$$\int \frac{\sqrt{3x+1}-1}{\sqrt[4]{3x+1}} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Kök dereceleri 2 ve 4 olduğundan

OKEK(2, 4) = 4 tür.

Bu durumda

$$3x+1 = t^4 \Rightarrow 3dx = 4t^3 dt$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{3x+1}-1}{\sqrt[4]{3x+1}} dx &= \int \frac{\sqrt{t^4}-1}{\sqrt[4]{t^4}} \cdot \frac{4t^3}{3} dt \\ &= \int \frac{t^2-1}{t} \cdot \frac{4t^3}{3} dt = \frac{4}{3} \int (t^4 - t^2) dt \\ &= \frac{4}{3} \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right) + c = \frac{4}{15}(3x+1)^{\frac{5}{4}} - \frac{4}{9}(3x+1)^{\frac{3}{4}} + c \\ &\quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
33

1. $\int \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt[3]{x-1}} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{6}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}} - \frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + c$
B) $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} - 3(x-1)^{\frac{1}{3}} + c$
C) $\frac{6}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}} + \frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + c$
D) $\frac{3}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}} - \frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + c$
E) $\frac{6}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}} + \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + c$

2. $\int \frac{\sqrt[3]{x+2}+1}{\sqrt{x+2}} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $(x+2)^{\frac{5}{6}} + 3(x+2)^{\frac{1}{2}} + c$
B) $\frac{6}{5}(x+2)^{\frac{5}{6}} + 2(x+2)^{\frac{1}{2}} + c$
C) $\frac{3}{5}(x+2)^{\frac{5}{6}} + 2(x+2)^{\frac{1}{3}} + c$
D) $\frac{6}{5}(x+2)^{\frac{5}{6}} - 2(x+2)^{\frac{1}{2}} + c$
E) $\frac{6}{5}(x+2)^{\frac{5}{6}} + 2(x+2)^{\frac{1}{3}} + c$

3. $\int \frac{\sqrt{2x-1}+2}{\sqrt[4]{2x-1}} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + \frac{4}{3}(2x-1)^{\frac{3}{4}} + c$
B) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} - \frac{4}{3}(2x-1)^{\frac{3}{4}} + c$
C) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{1}{4}} + \frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{1}{2}} + c$
D) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{6}} + \frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{1}{2}} + c$
E) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + \frac{4}{3}(2x-1)^{\frac{3}{4}} + c$

4. $\int \frac{\sqrt{3x}+6}{\sqrt[3]{3x}} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{2}{7}(3x)^{\frac{7}{6}} + 6(3x)^{\frac{2}{3}} + c$ B) $\frac{2}{3}(3x)^{\frac{3}{2}} + (3x)^{\frac{2}{3}} + c$
C) $\frac{1}{7}(3x)^{\frac{7}{6}} + (3x)^{\frac{2}{3}} + c$ D) $\frac{2}{7}(3x)^{\frac{7}{6}} + 3(3x)^{\frac{2}{3}} + c$
E) $\frac{2}{7}(3x)^{\frac{7}{6}} + 3(3x)^{\frac{2}{3}} + c$

1-C 2-B 3-E 4-D

ÖĞRETEN SORU - 85

$$\int x\sqrt{x+1} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x+1=u^2 \text{ alırsak } dx=2u du \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{x+1} dx &= \int (u^2-1) \cdot u \cdot 2u du \\ &= \int (2u^4-2u^2) du \\ &= \frac{2u^5}{5} - \frac{2u^3}{3} + c \\ &= \frac{2(x+1)^{\frac{5}{2}}}{5} - \frac{2(x+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 86

$$\int x^2\sqrt{x-1} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$x-1=u^2 \text{ alırsak } dx=2u du \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int x^2\sqrt{x-1} dx &= \int (u^2+1)^2 \cdot u \cdot 2u du \\ &= \int (u^4+2u^2+1) \cdot 2u^2 du \\ &= \int (2u^6+4u^4+2u^2) du \\ &= \frac{2u^7}{7} + \frac{4u^5}{5} + \frac{2u^3}{3} + c \\ &= \frac{2}{7}(x-1)^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
34

1. $\int x\sqrt{x+2} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{2}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} + c$
B) $\frac{(x+2)^{\frac{5}{2}}}{5} - \frac{(x+2)^{\frac{3}{2}}}{3} + c$
C) $\frac{(x+2)^{\frac{5}{2}}}{5} - \frac{(x+2)^{\frac{3}{2}}}{3} + c$
D) $\frac{2}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\frac{2}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} + c$

2. $\int x\sqrt{x-3} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{2}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}} + 2(x-3)^{\frac{3}{2}} + c$
B) $\frac{1}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}} + (x-3)^{\frac{3}{2}} + c$
C) $\frac{3}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}} + 2(x-3)^{\frac{3}{2}} + c$
D) $5(x-3)^{\frac{5}{2}} + (x-3)^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\frac{2}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}} + 6(x-3)^{\frac{3}{2}} + c$

3. $\int x^2\sqrt{x+2} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{2}{7}(x+2)^{\frac{7}{2}} + \frac{8}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}} + \frac{8}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} + c$
B) $(x+2)^7 + (x+2)^5 + (x+2)^3 + c$
C) $\frac{2}{7}(x+2)^{\frac{7}{2}} - \frac{8}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}} + \frac{8}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} + c$
D) $\frac{2}{7}(x+2)^7 - \frac{8}{5}(x+2)^5 + \frac{8}{3}(x+2)^3 + c$
E) $(x+2)^{\frac{7}{2}} + (x+2)^{\frac{5}{2}} + (x+2)^{\frac{3}{2}} + c$

4. $\int (x+2)\sqrt{x-1} dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}} + 2(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$
B) $\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}} + 2(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$
C) $\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}} + 2(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$
D) $(x-1)^{\frac{5}{2}} + 2(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}} + 3(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$

Kısmi İntegrasyon Yöntemi - 1

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 87

$$\int x \cdot \ln x dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\ln x = u \text{ ve } x dx = dv \text{ seçilirse,}$$

$$\frac{1}{x} dx = du \text{ ve } \int x dx = \int dv$$

$$\frac{x^2}{2} = v \text{ bulunur.}$$

Bu değerleri yerine yazarsak

$$\begin{aligned} \int x \cdot \ln x dx &= u \cdot v - \int v \cdot du \\ &= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{dx}{x} \\ &= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \int x dx \\ &= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 88

$$\int \arcsin x dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\arcsin x = u \text{ ve } dx = dv \text{ seçilirse}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = du \text{ ve } \int dx = \int dv \Rightarrow x=v \text{ bulunur.}$$

Bu değerleri yerine yazarsak

$$\begin{aligned} \int \arcsin x dx &= u \cdot v - \int v \cdot du \\ &= \arcsin x \cdot x - \int x \cdot \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ &= \arcsin x \cdot x - \int x \cdot (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx \\ 1-x^2 &= u \text{ olursa } -2x dx = du \text{ olur.} \\ &= \arcsin x \cdot x - \int \frac{1}{2} \cdot \frac{du}{-2x} \\ &= \arcsin x \cdot x + \frac{1}{2} \frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c \\ &= \arcsin x \cdot x + \sqrt{1-x^2} + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
35

1. $\int x^2 \cdot \ln x dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{1}{3} x^3 + c$ B) $\frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{1}{9} x^3 + c$
C) $x^3 \cdot \ln x - \frac{1}{3} x^3 + c$ D) $\frac{x^3}{3} \cdot \ln x + \frac{1}{3} x^3 + c$
E) $\frac{x^3}{3} \cdot \ln x + \frac{1}{9} x^3 + c$

2. $\int \ln x dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $x \ln x - x + c$ B) $\ln x - x + c$
C) $x \ln x + x + c$ D) $x \ln x - 2x + c$
E) $\ln x - 2x + c$

3. $\int e^x \sin x dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $e^x(\sin x - \cos x) + c$ B) $e^x(\cos x - \sin x) + c$
C) $e^x(\sin x + \cos x) + c$ D) $\frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x) + c$
E) $\frac{e^x}{2}(\cos x - \sin x) + c$

4. $\int e^x \cos x dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $e^x(\sin x + \cos x) + c$ B) $e^x(\sin x - \cos x) + c$
C) $\frac{e^x}{2}(\sin x + \cos x) + c$ D) $\frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x) + c$
E) $\frac{e^x}{2}(\cos x - \sin x) + c$

5. $\int \arctan x dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $x \arctan x + \frac{1}{2} \ln |x^2 + 1| + c$
B) $\arctan x - \frac{1}{4} \ln |1 + x^2| + c$
C) $x \arctan x - \frac{1}{4} \ln |x^2 + 1| + c$
D) $\arctan x - \ln |1 + x^2| + c$
E) $x \arctan x - \frac{1}{2} \ln |1 + x^2| + c$

Kısmi İntegrasyon Yöntemi – 2

PRATİK YOL:

Kısmi integrasyon yöntemiyle integral alınırken, $\int u \cdot dv$ integralinde u ya da dv fonksiyonlarından birinin sonlu sayıda türevini aldığımızda sıfır oluyorsa ve diğer fonksiyonun integrali kolaylıkla alınabiliyorsa aşağıdaki şekilde alınabilir.

ÖĞRETEN SORU – 89

$$\int x^3 \cdot \cos x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Türevi Alınacak	Integrali Alınacak
Kısım	Kısım
+	x^3
-	$3x^2$
+	$6x$
-	6
+	0

$$\int x^3 \cdot \cos x \, dx = x^3 \sin x + 3x^2 \cos x - 6x \sin x - 6 \cos x + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 90

$$\int (x^2 + x) \cdot e^x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Türevi Alınacak	Integrali Alınacak
Kısım	Kısım
+	$(x^2 + x)$
-	$(2x + 1)$
+	2
-	0

$$\int (x^2 + x) e^x \, dx = (x^2 + x) e^x - (2x + 1) e^x + 2e^x + c$$

$$= (x^2 + x - 2x - 1 + 2) e^x + c$$

$$= (x^2 - x + 1) e^x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
36

- $\int x^2 \cdot e^x \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $(x^2 + 2x + 2)e^x + c$ B) $(x^2 - 2x + 2)e^x + c$
C) $(x^2 - x + 1)e^x + c$ D) $(-x^2 + 2x - 2)e^x + c$
E) $(x^2 - 2x - 2)e^x + c$
- $\int x^2 \cdot \sin x \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\cos x(2 - x^2) + 2x \cdot \sin x + c$
B) $\cos x(1 - x) + 2x \cdot \sin x + c$
C) $\cos x(2 + x^2) + x \cdot \sin x + c$
D) $2x \cdot \sin x - \cos x(x^2 + 2) + c$
E) $\cos x(2 - x^2) - 3x \cdot \sin x + c$
- $\int (x^2 + 1) \cdot e^x \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $e^x(x^2 + 2x) + c$ B) $e^x(x^2 - 2x) + c$
C) $e^x(2x - x^2 + 1) + c$ D) $e^x(x^2 - 2x + 3) + c$
E) $e^x(x^2 + 2x + 3) + c$
- $\int x^2 \cdot \cos x \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\sin x(x^2 + 1) + 2x \cdot \cos x + c$
B) $\sin x(x^2 - 1) + \cos x + c$
C) $\sin x(x^2 - 2) + 2\cos x + c$
D) $\cos x(x^2 - 2) + 2x \cdot \sin x + c$
E) $\sin x(x^2 - 2) + 2x \cdot \cos x + c$
- $\int x^2 e^x \, dx - \int x e^x \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $e^x(x^2 - x + 2) + c$ B) $e^x(x^2 + 3x - 2) + c$
C) $e^x(x^2 - 3x + 2) + c$ D) $e^x(x^2 - x + 3) + c$
E) $e^x(x^2 - 3x + 3) + c$

www.guruyayinlari.com

Kesirli (Rasyonel) İfadelerin İntegrali

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} \, dx$$

Şeklindeki ifadelerde payın derecesi, paydanın derecesinden büyük veya eşit ise pay paydaya bölünür. Sonra oluşan ifadenin ayrı ayrı integrali alınır.

ÖĞRETEN SORU – 91

$$\int \frac{x^2 - 5}{x^2 + 1} \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{x^2 - 5}{x^2 + 1} \, dx = \int \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} - \frac{6}{x^2 + 1} \right) \, dx$$

$$= \int \left(1 - \frac{6}{x^2 + 1} \right) \, dx$$

$$= x - 6 \arctan x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 92

$$\int \frac{x^3 - 4x^2 + 6}{x} \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{x^3 - 4x^2 + 6}{x} \, dx = \int \left(\frac{x^3}{x} - \frac{4x^2}{x} + \frac{6}{x} \right) \, dx$$

$$= \int \left(x^2 - 4x + \frac{6}{x} \right) \, dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 6 \ln |x| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 93

$$\int \frac{3x^4 - 3x^2 + 6x}{x^3 + 2} \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{3x^4 - 3x^2 + 6x}{x^3 + 2} = \frac{3x^4 + 6x}{x^3 + 2} - \frac{3x^2}{x^3 + 2}$$

$$= \frac{3x^4 + 6x}{x^3 + 2} - \frac{3x^2}{x^3 + 2}$$

$$\int \frac{3x^4 - 3x^2 + 6x}{x^3 + 2} \, dx = \int \left(3x - \frac{3x^2}{x^3 + 2} \right) \, dx$$

$$= \frac{3x^2}{2} - \ln |x^3 + 2| + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
37

- $\int \frac{x+4}{x+2} \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\ln |x+2| + c$ B) $x + \ln |x+2| + c$
C) $x - \ln |x+2| + c$ D) $x + 2 \ln |x+2| + c$
E) $x + 4 \ln |x+2| + c$
- $\int \frac{x^3 - 4x^2 + 2}{x} \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 2 \ln |x| + c$ B) $\frac{x^3}{3} - x^2 + \ln |x| + c$
C) $\frac{x^3}{3} + x^2 + 2 \ln |x| + c$ D) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + \ln |x| + c$
E) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 - 2 \ln |x| + c$
- $\int \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1} \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $x + \arctan x + c$ B) $x - \arctan x + c$
C) $x + 2 \arctan x + c$ D) $x + 4 \arctan x + c$
E) $\frac{x^2}{2} + 4 \arctan x + c$
- $\int \frac{x^2 + 10}{x^2 + 4} \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $3 \arctan \frac{x}{2} + c$ B) $x + 3 \arctan \frac{x}{2} + c$
C) $x + 3 \arctan x + c$ D) $x + 6 \arctan x + c$
E) $x + 6 \arctan \frac{x}{2} + c$
- $\int \frac{2x^4 - 3x^2 + 2x}{x^3 + 1} \, dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $x^2 + \ln |x^3 + 1| + c$ B) $2x^2 + \ln |x^3 + 1| + c$
C) $x + \ln |x^3 + 1| + c$ D) $2x^2 - \ln |x^3 + 1| + c$
E) $x^2 - \ln |x^3 + 1| + c$

www.guruyayinlari.com

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi – 1

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$$

Şeklindeki ifadelerde payın derecesi paydanın derecesinden küçük ise $Q(x)$ ifadesi çarpanlarına ayrılır ve ifade basit kesirlere ayrılarak integrali formüllere benzetilerek çözülür.

ÖĞRETEN SORU – 94

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki fonksiyonların basit kesir şeklinde nasıl yazıldıklarını inceleyiniz.

- $\frac{2x}{(x+1)(x+4)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+4}$
- $\frac{3}{(x-1)(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$
- $\frac{2}{(x+3)^3} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{(x+3)^2} + \frac{C}{(x+3)^3}$
- $\frac{x+2}{(x-1)^2(x-2)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-2} + \frac{D}{(x-2)^2}$

ÖĞRETEN SORU – 95

$$\int \frac{x+7}{x^2+2x-8} dx$$

Integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Verilen integratı basit kesirlere ayırılım.

$$\frac{x+7}{(x+4)(x-2)} = \frac{A}{(x+4)} + \frac{B}{(x-2)}$$

$$\Rightarrow x+7 = A(x-2) + B(x+4)$$

$$x = -4 \text{ için } A = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ için } B = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Buna göre,

$$\frac{x+7}{x^2+2x-8} = \frac{-\frac{1}{2}}{x+4} + \frac{\frac{3}{2}}{x-2} \text{ dir.}$$

Bu durumda,

$$\begin{aligned} \int \frac{x+7}{x^2+2x-8} dx &= \int \left(\frac{-\frac{1}{2}}{x+4} + \frac{\frac{3}{2}}{x-2} \right) dx \\ &= -\frac{1}{2} \int \frac{dx}{x+4} + \frac{3}{2} \int \frac{dx}{x-2} \\ &= -\frac{1}{2} \ln|x+4| + \frac{3}{2} \ln|x-2| + c \end{aligned}$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
38

- $\int \frac{x-5}{x^2-1} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\ln|x-1| + 3\ln|x+1| + c$
B) $3\ln|x+1| - 2\ln|x-1| + c$
C) $\ln|x+1| - 2\ln|x-1| + c$
D) $4\ln|x+1| - 2\ln|x-1| + c$
E) $6\ln|x+1| - 3\ln|x-1| + c$
- $\int \frac{x+6}{x^2-4} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $3\ln|x+2| - 2\ln|x-2| + c$
B) $4\ln|x+2| - 2\ln|x-2| + c$
C) $2\ln|x+2| - \ln|x-2| + c$
D) $\ln|x-2| - \ln|x+2| + c$
E) $2\ln|x-2| - \ln|x+2| + c$
- $\int \frac{2x-4}{x^3-x} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $4\ln|x| - \ln|x-1| - 3\ln|x+1| + c$
B) $2\ln|x| - \ln|x-1| - 4\ln|x+1| + c$
C) $3\ln|x+1| + 2\ln|x| - \ln|x-1| + c$
D) $\ln|x+1| - \ln|x| - 4\ln|x-1| + c$
E) $4\ln|x| + \ln|x-1| - 3\ln|x+1| + c$
- $\int \frac{x+2}{(x-1)^2} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\ln|x-1| + \frac{3}{x-1} + c$
B) $\ln|x-1| - \frac{6}{x-1} + c$
C) $\ln|x-1| - 3x + c$
D) $\ln|x-1| - \frac{3}{x-1} + c$
E) $\ln|x-1| + \frac{2}{x-1} + c$
- $\int \frac{e^x}{e^{2x}+4e^x+3} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{e^x-1}{e^x+3} \right| + c$
B) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{e^x+3}{e^x+1} \right| + c$
C) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{e^x+1}{e^x+3} \right| + c$
D) $\ln \left| \frac{e^x+3}{e^x+1} \right| + c$
E) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{e^x+1}{e^x+3} \right| + c$

www.guryayinlari.com

1-B 2-E 3-A 4-D 5-C

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi – 2

ÖĞRETEN SORU – 96

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki fonksiyonların basit kesir şeklinde nasıl yazıldıklarını inceleyiniz.

- $\frac{5}{(x-1)(x^2+x+3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+3}$
- $\frac{2x-3}{(x^2-x+3)(x^2+2x+3)} = \frac{Ax+B}{x^2-x+3} + \frac{Cx+D}{x^2+2x+3}$
- $\frac{4}{(x^2-x+4)^2} = \frac{Ax+B}{x^2-x+4} + \frac{Cx+D}{(x^2-x+4)^2}$

ÖĞRETEN SORU – 97

$$\int \frac{5x^2-x-3}{(x-2)(x^2+1)} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Verilen integratı basit kesirlere ayırılım

$$\frac{5x^2-x-3}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$5x^2-x-3 = Ax^2 + A + Bx^2 + Cx - 2Bx + Cx - 2C$$

$$5x^2-x-3 = x^2(A+B) + x(C-2B) + A-2C$$

$$\begin{cases} A+B=5 \\ C-2B=-1 \\ A-2C=-3 \end{cases} \Rightarrow A=3, B=2, C=3$$

$$\begin{aligned} \int \frac{5x^2-x-3}{(x-2)(x^2+1)} dx &= \int \left(\frac{3}{x-2} + \frac{2x+3}{x^2+1} \right) dx \\ &= \int \left(\frac{3}{x-2} + \frac{2x}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+1} \right) dx \end{aligned}$$

$$= 3\ln|x-2| + \ln|x^2+1| + 3\arctan x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
39

- $\int \frac{x^2+x+3}{x^3+x} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + 2\arctan x + c$
B) $\ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + c$
C) $\ln|x| + 2\arctan x + c$
D) $3\ln x + 2\ln|x^2+1| + \arctan x + c$
E) $3\ln|x| - \ln|x^2+1| + \arctan x + c$
- $\int \frac{4x^2-8}{x^3-4x} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $\ln|x| + \ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
B) $\ln|x| - \ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
C) $2\ln|x| + \ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
D) $2\ln|x| + \ln|x-2| - \ln|x+2| + c$
E) $\ln|x| + \ln|x-2| - \ln|x+2| + c$
- $\int \frac{3x^2+x}{(x-1)(x^2+1)} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $2\ln|x-1| + 2\ln|x^2+1| + \arctan x + c$
B) $2\ln|x-1| + 2\ln|x^2+1| + 2\arctan x + c$
C) $2\ln|x-1| + \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + \arctan x + c$
D) $2\ln|x-1| + 2\ln|x^2+1| - 2\arctan x + c$
E) $2\ln|x-1| + \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + 2\arctan x + c$
- $\int \frac{-2x^2+54}{x^3-9x} dx$ integralinin eşiti nedir?
A) $6\ln x + 2\ln|x-3| + 2\ln|x+3| + c$
B) $-6\ln x + \ln|x-3| + 2\ln|x+3| + c$
C) $-6\ln x - 2\ln|x-3| - 2\ln|x+3| + c$
D) $-6\ln x + 2\ln|x-3| - 2\ln|x+3| + c$
E) $-6\ln x + 2\ln|x-3| + 2\ln|x+3| + c$

www.guryayinlari.com

1-E 2-C 3-E 4-E

Belirli İntegral

F: [a, b] aralığında tanımlı ve integrali alınabilen bir fonksiyon $x \in [a, b]$ için $F'(x) = f(x)$ olacak şekilde sürekli bir $F: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu varsa

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ dir.}$$

a ya integralin alt sınırı b ye de üst sınırı denir.

Belirli İntegralin Özellikleri

f ve g: [a, b] $\rightarrow \mathbb{R}$ ye sürekli iki fonksiyon ve $c \in (a, b)$, $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

1. $\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$
2. $\int_a^b (f(x) \mp g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \mp \int_a^b g(x) dx$
3. $a < c < b$ olmak üzere,
 $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$
4. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$
5. $\int_a^a f(x) dx = 0$

ÖĞRETEN SORU – 98

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

- a. $\int_0^\pi 6 \sin x dx = 6 \int_0^\pi \sin x dx$
- b. $\int_2^3 (x^2 - 4x) dx = \int_2^3 x^2 dx - \int_2^3 4x dx$
- c. $\int_{-1}^6 x^3 dx = \int_{-1}^2 x^3 dx + \int_2^6 x^3 dx$
- d. $\int_3^5 e^x dx = - \int_5^3 e^x dx$
- e. $\int_2^2 \sqrt{x+1} dx = 0$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
40

1. Aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $\int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \sin x dx = \int_\pi^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$
- II. $\int_2^8 x^2 dx = \int_2^3 x^2 dx + \int_3^8 x^2 dx$
- III. $\int_0^4 x^2 dx = \int_0^4 x^2 dx + \int_4^4 x^2 dx$
- IV. $\int_2^5 (x^2 - x) dx = \int_5^2 (x - x^2) dx$
- V. $\int_1^4 -e^x dx = \int_4^1 -e^x dx$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

www.guryayinlari.com

$$2. \int_2^3 x^2 dx + \int_3^2 x^2 dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{19}{2}$ B) $\frac{15}{2}$ C) 5 D) 3 E) 0

$$3. \int_1^4 (2x^2 + 3x) dx - \int_1^4 6 dx = \int_1^4 (ax^2 + bx + c) dx$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

$$4. \int_{-1}^1 x^3 dx - \int_1^{-1} 2x^2 dx + \int_{-1}^1 4x dx + \int_1^{-1} 5 dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -9 B) $-\frac{26}{3}$ C) -8 D) $-\frac{22}{3}$ E) 6

$$5. \int_a^4 (x^2 + \ln x) dx = \int_{-3}^b e^x dx = \int_c^5 3^x dx = 0$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1-C 2-E 3-C 4-B 5-D

Belirli İntegral (Karma)

ÖĞRETEN SORU – 99

$$\int_1^2 (x^2 - 2x) dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_1^2 (x^2 - 2x) dx &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} \right]_1^2 \\ &= \left(\frac{8}{3} - 4 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \\ &= -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 100

$$\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^x dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{\ln 3}^{\ln 5} e^x dx &= e^x \Big|_{\ln 3}^{\ln 5} = e^{\ln 5} - e^{\ln 3} \\ &= 5 - 3 = 2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 101

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} &= \arctan x \Big|_0^1 \\ &= \arctan 1 - \arctan 0 \\ &= \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 102

$$\int_3^5 \frac{x^2 + 2}{x - 4} dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_3^5 \frac{x^2 + 2}{x - 4} dx &= \int_3^5 \left(x + 4 + \frac{18}{x - 4} \right) dx \\ &= \frac{x^2}{2} + 4x + 18 \ln |x - 4| \Big|_3^5 \\ &= \left(\frac{25}{2} + 20 + 18 \ln 1 \right) - \left(\frac{9}{2} + 12 + 18 \ln |-1| \right) \\ &= \frac{65}{2} - \frac{33}{2} = 16 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
41

$$1. \int_{-1}^1 (x^3 - 3) dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

$$2. \int_{\ln 4}^{\ln 6} e^{2x} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

$$3. \int_0^2 \frac{x^2}{x-1} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$4. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{6}$

$$5. \int_1^{e^2} \ln x dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $e^2 + 1$ B) $e^2 - 1$ C) e^2 D) 1 E) $e + 1$

1-A 2-D 3-C 4-C 5-A

Belirli İntegral
Çift ve Tek Fonksiyon

> $f(x)$ çift fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \text{ tir.}$$

> $f(x)$ tek fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 103

$\int_{-1}^1 (x^4 + x^2) dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$f(x)$ çift fonksiyon olduğundan

$$\int_{-1}^1 (x^4 + x^2) dx = 2 \cdot \int_0^1 (x^4 + x^2) dx \text{ olur.}$$

$$= 2 \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$$

$$= 2 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) - 0 = \frac{16}{15} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 104

$\int_{-2}^2 (x - x^3) dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$f(x)$ tek fonksiyon olduğundan

$$\int_{-2}^2 (x - x^3) dx = 0 \text{ bulunur.}$$

NOT:

$\cos x$ fonksiyonu çift fonksiyon, $\sin x$ fonksiyonu tek fonksiyondur.

ÖĞRETEN SORU – 105

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0 + 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$= 2(\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2(1 - 0)$$

$$= 2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
42

1. $\int_{-2}^2 (x^2 + 2) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) 16 B) 15 C) $\frac{44}{3}$ D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{38}{3}$

2. $\int_{-3}^3 (x^5 + \sin x) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) 32 B) 27 C) 15 D) 5 E) 0

3. $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (x^3 + \cos x) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

4. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) -2π B) $-\pi$ C) $-\frac{\pi}{2}$ D) 0 E) $\frac{\pi}{2}$

5. $f(x)$ çift fonksiyon, $g(x)$ tek fonksiyon olmak üzere,

$f(2) = 5, f(0) = 2$ ise $\int_{-2}^2 (f(x) + g(x)) dx$ integrali-

nin eşiti nedir?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 3

1-D 2-E 3-B 4-D 5-D

Belirli İntegral
Trigonometrik Fonksiyonlar

ÖĞRETEN SORU – 106

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\cos \frac{2\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= -\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} - 0 \right) = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 107

$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3} \left(\sin \frac{3\pi}{2} - \sin \pi \right)$$

$$= \frac{1}{3} (-1 - 0) = -\frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 108

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x + 1}{2} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$$

$$= \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \left(\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left(\frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \right) - 0 + \left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} \right) - 0$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ bulunur.}$$

NOT:

$$\int_a^b \sin^2 x dx + \int_a^b \cos^2 x dx = \int_a^b (\sin^2 x + \cos^2 x) dx$$

$$= \int_a^b dx = x \Big|_a^b \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
43

1. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin 3x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 4x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin^4 x - \cos^4 x) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

4. $\int_0^{\pi} \sin^2 x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

5. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

1-C 2-C 3-B 4-D 5-D

Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \text{ ise,} \\ -f(x), & f(x) < 0 \text{ ise,} \end{cases}$$

Mutlak değer fonksiyonu parçalı şekilde yazıldıktan sonra hesaplama yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 109

$$\int_0^3 |x+2| dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_0^3 |x+2| dx &= \int_0^3 (x+2) dx = \frac{x^2}{2} + 2x \Big|_0^3 \\ &= \left(\frac{9}{2} + 6 \right) - 0 \\ &= \frac{21}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 110

$$\int_{-2}^1 (|x|+x) dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 (|x|+x) dx &= \int_{-2}^0 (-x+x) dx + \int_0^1 (x+x) dx \\ &= 0 + \int_0^1 2x dx \\ &= \frac{2x^2}{2} \Big|_0^1 = 1 - 0 = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 111

$$\int_1^3 \sqrt{x^2-4x+4} dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_1^3 \sqrt{x^2-4x+4} dx &= \int_1^3 |x-2| dx \\ &= \int_1^2 (2-x) dx + \int_2^3 (x-2) dx \\ &= 2x - \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + \frac{x^2}{2} - 2x \Big|_2^3 \\ &= \left(4 - \frac{4}{2} \right) - \left(2 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{9}{2} - 6 \right) - \left(\frac{4}{2} - 4 \right) \\ &= 2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 2 \\ &= 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
44

$$1. \int_{-1}^2 |x+4| dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 15 B) 14 C) $\frac{27}{2}$ D) 13 E) $\frac{5}{2}$

$$2. \int_{-2}^2 \sqrt{x^2-2x+1} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3. \int_{-2}^1 \frac{|2x|}{x} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

$$4. \int_0^2 |x^2+2x-3| dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $\frac{5}{3}$ B) 2 C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) 4

$$5. \int_{-1}^2 (|x|-x) dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

1-C 2-E 3-B 4-E 5-C

Trigonometrik Fonksiyonların

Mutlak Değeri

ÖĞRETEN SORU – 112

$$\int_0^{2\pi} |\sin x| dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} |\sin x| dx &= \int_0^{\pi} \sin x dx + \int_{\pi}^{2\pi} -\sin x dx \\ &= -\cos x \Big|_0^{\pi} + \cos x \Big|_{\pi}^{2\pi} \\ &= -\cos \pi + \cos 0 + \cos 2\pi - \cos \pi \\ &= -(-1) + 1 + 1 - (-1) = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 113

$$\int_0^{\pi} |\cos x| dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} |\cos x| dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x dx \\ &= \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \\ &= \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 - \sin \pi + \sin \frac{\pi}{2} \\ &= 1 - 0 - 0 + 1 = 2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 114

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{1-\cos 2x} dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{1-\cos 2x} dx &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{1-(1-2\sin^2 x)} dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2\sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2} |\sin x| dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{2} \sin x dx - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2} \sin x dx \\ &= -\sqrt{2} \cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + \sqrt{2} \cos x \Big|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \\ &= -\sqrt{2} \left[\cos \pi - \cos \frac{\pi}{2} \right] + \sqrt{2} \left[\cos \frac{3\pi}{2} - \cos \pi \right] \\ &= -\sqrt{2}(-1-0) + \sqrt{2}(0-(-1)) = 2\sqrt{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
45

$$1. \int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\sin x| dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$2. \int_{\pi}^{2\pi} |\cos x| dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$3. \int_0^{\pi} \sqrt{1+\cos 2x} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) 0

$$4. \int_0^{\pi} \sqrt{1-\cos 2x} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

$$5. \int_{-3\pi}^{3\pi} |\sin x| dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) 0 B) 2 C) 6 D) 8 E) 12

1-D 2-C 3-B 4-D 5-E

İntegral İşareti Altında Türev Alma – 1
(Leibnitz Kuralı)

[a, b] aralığında tanımlı, sürekli ve x in türevlenebilen fonksiyonları h ve g ise,

Kural 1:

$$F(x) = \int_{h(x)}^{g(x)} f(t) dt \Rightarrow F'(x) = g'(x) \cdot f(g(x)) - h'(x) \cdot f(h(x))$$

Kural 2:

$$F(x) = \int_a^{g(x)} f(t) dt \Rightarrow F'(x) = g'(x) \cdot f(g(x))$$

(a sabit sayı, türevi 0 dır.)

Kural 3:

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt \Rightarrow F'(x) = f(x)$$

(a sabit sayı, türevi 0 dır.)

ÖĞRETEN SORU – 115

$$f(x) = \int_{2x}^{x^2} (t^2 - t) dt$$

ise f'(x) ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2)' \cdot (x^4 - x^2) - (2x)' \cdot (4x^2 - 2x) \\ &= 2x \cdot (x^4 - x^2) - 2 \cdot (4x^2 - 2x) \\ &= 2x^5 - 2x^3 - 8x^2 + 4x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 116

$$\frac{d}{dx} \int_{\sin x}^{\cos x} (t+1) dt$$

ifadesinin $x = \frac{\pi}{4}$ için eşiti nedir?

Çözüm:

$$F'(x) = (\cos x)' \cdot (\cos x + 1) - (\sin x)' \cdot (\sin x + 1)$$

$$= -\sin x \cdot (\cos x + 1) - \cos x \cdot (\sin x + 1)$$

$$\begin{aligned} F'\left(\frac{\pi}{4}\right) &= -\sin \frac{\pi}{4} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + 1\right) - \cos \frac{\pi}{4} \cdot \left(\sin \frac{\pi}{4} + 1\right) \\ &= -\frac{2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= -1 - \sqrt{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
46

1. $f(x) = \int_{x^2}^{x^4} \cos t dt$

ise f'(x) ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\cos^4 x - \cos x^2$
B) $x^4 \cdot \cos x^4 - x^2 \cdot \cos x^2$
C) $4x^3 \cdot \cos x - 2x \cdot \cos x^2$
D) $4x^3 \cdot \cos x^4 - 2x \cdot \cos x^2$
E) $4x^3 \cdot \sin x^4 - 2x \cdot \sin x^2$

2. $f(x) = \int_2^{3x+1} (t^2 + 2) dt$

ise f'(1) kaçtır?

- A) 30 B) 36 C) 48 D) 52 E) 54

3. $\frac{d}{dx} \int_1^{x^3} \sqrt{t^2 - 1} dt$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $3x^2 \cdot \sqrt{x^6 - 1}$ B) $\sqrt{x^6 - 1}$
C) $x^3 \cdot \sqrt{x^6 - 1}$ D) $3x^2 \cdot \sqrt{x^2 - 1}$
E) $x^3 \cdot \sqrt{x^2 - 1}$

4. $f(x) = \int_x^{x^2} \frac{dt}{t^2 + t}$

biçimindeki f(x) fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $\frac{d}{dx} \int_{\cos x}^{\sin x} t^2 dt$

ifadesinin $x = \frac{\pi}{6}$ için eşiti nedir?

- A) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{2+\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{3+\sqrt{3}}{8}$
D) $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

1-D 2-E 3-A 4-D 5-C

İntegral İşareti Altında Türev Alma – 2
(Leibnitz Kuralı)

ÖĞRETEN SORU – 117

$$\frac{d}{dx} \left(\int_3^7 (x^6 - 2x^4 + 2x + 5) dx \right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int_3^7 (x^6 - 2x^4 + 2x + 5) dx$$

integrali sabit bir sayıya eşittir. Bu sabit sayının türevi sıfırdır.

Buna göre,

$$\frac{d}{dx} \left(\int_3^7 (x^6 - 2x^4 + 2x + 5) dx \right) = 0 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 118

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\int_1^{4x} (t^2 + 3t) dt \right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left(\int_1^{4x} (t^2 + 3t) dt \right) &= \frac{d}{dx} \left[\frac{d}{dx} \left(\int_1^{4x} (t^2 + 3t) dt \right) \right] \\ &= \frac{d}{dx} [(4x)' \cdot (16x^2 + 12x) - 0] \\ &= \frac{d}{dx} (64x^2 + 48x) \\ &= 128x + 48 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 119

$$\frac{d^{12}}{dx^{12}} \left(\int_3^{x^2} (t^5 + t) dt \right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{d^{12}}{dx^{12}} \left(\int_3^{x^2} (t^5 + t) dt \right) &= \frac{d^{11}}{dx^{11}} \left[\frac{d}{dx} \int_3^{x^2} (t^5 + t) dt \right] \\ &= \frac{d^{11}}{dx^{11}} (2x \cdot (x^{10} + x^2) - 0) \\ &= \frac{d^{11}}{dx^{11}} (2x^{11} + 2x^3) \\ &= \frac{d^{10}}{dx^{10}} (2 \cdot 11x^{10} + 6x) \\ &= 2 \cdot 11! \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

NOT: 13 ve 13 ten büyük türevlerin değerinin sıfır olduğuna dikkat ediniz.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
47

1. $\frac{d}{dx} \int_1^4 (x^2 + 6x + 5) dx$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\frac{268}{3}$ B) $\frac{250}{3}$ C) $\frac{212}{3}$ D) 25 E) 0

2. $\frac{d^2}{dx^2} \int_2^{x^2} (t^3 + 2t) dt$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $2x^7 + 4x^3$ B) $x^6 + 2x^2$ C) $14x^6 + 12x^2$
D) $84x^5 + 24x$ E) $x^7 + 2x^3$

3. $\frac{d^3}{dx^3} \int_1^{x^3} (t^2 + t) dt$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $3x^8 + 3x^5$ B) $x^8 + x^5$ C) $24x^7 + 15x^4$
D) $168x^6 + 60x^3$ E) $8x^7 + 5x^4$

4. $\frac{d^{23}}{dx^{23}} \int_1^{x^3} (t^7 - 3t^3 + 1) dt$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) 23! B) $3 \cdot 23!$ C) $3 \cdot 22!x$
D) $3 \cdot 22!$ E) $3 \cdot 23!x$

5. $\frac{d^{16}}{dx^{16}} \int_1^{x^2} (2t^8 - 6t^2 + 2) dt$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) 0 B) $2 \cdot 17! \cdot x^2$ C) $4 \cdot 17! \cdot x$
D) $4 \cdot 17!$ E) $4 \cdot 16! \cdot x^2$

1-E 2-C 3-D 4-E 5-B

Belirli İntegral Karma

ÖĞRETEN SORU – 120

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 < x \leq 1 \\ x, & 1 < x \leq 2 \end{cases} \text{ ise, } \int_0^2 f(x) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x) dx &= \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 x dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 \\ &= \left(\frac{1}{3} - 0 \right) + \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{11}{6} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 121

$$\int_1^3 ab \cdot da - \int_1^3 ab \cdot db$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_1^3 ab \cdot da - \int_1^3 ab \cdot db &= b \int_1^3 a \cdot da - a \int_1^3 b \cdot db \\ &= b \cdot \left[\frac{a^2}{2} \right]_1^3 - a \cdot \left[\frac{b^2}{2} \right]_1^3 \\ &= \left(\frac{9b}{2} - \frac{b}{2} \right) - \left(\frac{9a}{2} - \frac{a}{2} \right) \\ &= 4b - 4a \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 122

$R \rightarrow R$ sürekli bir $f(x)$ fonksiyon için,

$$\int_{-1}^2 f'(x) \cdot f''(x) dx = 4 \text{ tür.}$$

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki teğetinin eğimi 3 ise $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi nedir?

Çözüm:

$f'(2) = 3$ veriliyor ve $f'(-1)$ soruluyor.

$f'(x) = u$ ise $f''(x) dx = du$ bulunur.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 f'(x) \cdot f''(x) dx &= \int_{-1}^2 u \cdot f''(x) \cdot \frac{du}{f''(x)} \\ &= \int_{-1}^2 u du = \left[\frac{u^2}{2} \right]_{-1}^2 = \left[\frac{f'(x)^2}{2} \right]_{-1}^2 \\ &= \frac{[f'(2)]^2}{2} - \frac{[f'(-1)]^2}{2} = 4 \\ &= \frac{9}{2} - \frac{[f'(-1)]^2}{2} = 4 \Rightarrow f'(-1) = \pm 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
48

1. $f(x) = \begin{cases} x^3, & -2 < x \leq 2 \\ 4x, & 2 < x < 4 \end{cases} \text{ ise } \int_{-1}^3 f(x) dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) 15 B) $\frac{19}{2}$ C) $\frac{55}{4}$ D) $\frac{25}{2}$ E) 12

2. $\int_1^2 m^2 n \cdot dm + \int_1^2 nm^2 \cdot dn$

integralinin eşiti nedir?

- A) $2n + 3m^2$ B) $\frac{7n}{3} + \frac{3m^2}{2}$ C) $2n + 4m^2$
D) $3n + 2m^2$ E) $\frac{5n}{3} + \frac{n^2}{2}$

3. $R \rightarrow R$ sürekli bir $f(x)$ fonksiyonu için,

$$\int_1^3 f'(x) \cdot f''(x) dx = 10 \text{ dir.}$$

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi 4 ise $x = 3$ noktasındaki teğetinin eğimi kaç olabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin x \cdot \cos(\cos x) dx$

integralinin eşiti nedir?

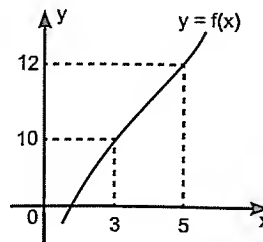
- A) $\sin 1$ B) $-\sin 1$ C) 1 D) 0 E) $-\cos 1$

5. Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için,

$$\int_3^5 f'(x) dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Dönüşüm

ÖĞRETEN SORU – 123

$\int_1^2 (e^{3x} - e^x) dx$ integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

Çözüm:

$$e^x = t \text{ ise } e^x dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{t}$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow t_1 = e^1 = e, \quad x_2 = 2 \Rightarrow t_2 = e^2 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 (e^{3x} - e^x) dx &= \int_e^{e^2} (t^3 - t) \cdot \frac{dt}{t} \\ &= \int_e^{e^2} (t^2 - 1) \cdot dt \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 124

$\int_1^2 x d\left(\frac{x}{x+1}\right)$ integralinde $t = \frac{x}{x+1}$ dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

Çözüm:

$$t = \frac{x}{x+1} \Rightarrow tx + t = x \Rightarrow x = \frac{t}{1-t} \text{ olur.}$$

$$x = 1 \text{ için } t = \frac{1}{2}, \quad x = 2 \text{ için } t = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

$$\int_1^2 x d\left(\frac{x}{x+1}\right) = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}} \frac{t}{1-t} dt \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 125

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x dx$ integralinde $\sin x = t$ dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

Çözüm:

$$\sin x = t \Rightarrow \cos x dx = dt \text{ olur.}$$

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ için } t = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ için } t = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ bulunur.}$$

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x dx &= \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} (1 - \sin^2 x) \cdot \cos x dx \\ &= \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} (1 - t^2) dt \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
49

1. $\int_{\ln 3}^{\ln 5} (e^{5x} - e^x) dx$

integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

- A) $\int_{\ln 3}^{\ln 5} (t^5 - t) dt$ B) $\int_3^5 (t^5 - t) dt$ C) $\int_3^5 (t^4 - 1) dt$
D) $\int_{\ln 3}^{\ln 5} (t^4 - 1) dt$ E) $\int_3^5 (1 - t^4) dt$

2. $\int_2^3 x d(x+3)$

integralinde $t = x + 3$ dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

- A) $\int_2^3 t dt$ B) $\int_2^3 (t-3) dt$ C) $\int_5^6 t dt$
D) $\int_5^6 (t+3) dt$ E) $\int_5^6 (t-3) dt$

3. $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$

integralinde $x = t^2$ dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

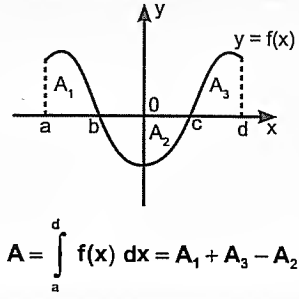
- A) $\int_2^3 \frac{2t^2}{t^2+1} dt$ B) $\int_2^3 \frac{t^2}{t^2+1} dt$ C) $\int_4^9 \frac{2t^2}{t^2+1} dt$
D) $\int_2^3 \frac{4t^2}{t^2+1} dt$ E) $\int_4^9 \frac{t^2}{t^2+1} dt$

4. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$

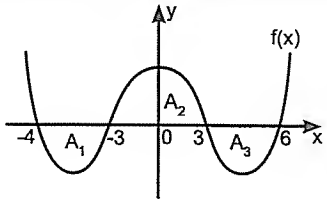
integralinde $x = 3 \cos t$ dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

- A) $\int_0^3 3 \sin t dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 3 \sin t dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 9 \sin^2 t dt$
D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -9 \sin^2 t dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -\frac{9}{2} \sin^2 t dt$

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı – 1



ÖĞRETEN SORU – 126



Şekilde, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A_1 = 5 \text{ br}^2$, $A_2 = 9 \text{ br}^2$, $A_3 = 2 \text{ br}^2$ ise

$\int_{-4}^6 f(x) dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{-4}^6 f(x) dx &= \int_{-4}^{-3} f(x) dx + \int_{-3}^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx \\ &= -A_1 + A_2 - A_3 \\ &= -5 + 9 - 2 \\ &= 2 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 127

Şekilde $x = f(y)$

fonksiyonunun

grafiğinde taralı alanlar

$A = 8 \text{ br}^2$, $B = 7 \text{ br}^2$ ve

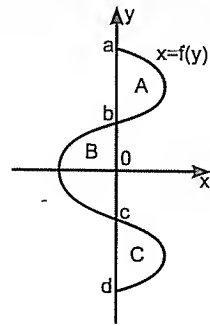
$C = 9 \text{ br}^2$ ise

$\int_a^d f(y) dy$

integralinin sonucu kaçtır?

Çözüm:

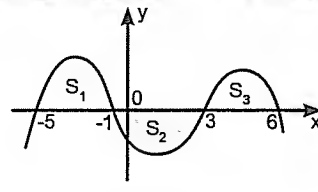
$$\begin{aligned} \int_a^d f(y) dy &= A - B + C \\ &= 8 - 7 + 9 \\ &= 10 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
50

1.



$S_1 = 4 \text{ br}^2$, $S_2 = 3 \text{ br}^2$, $S_3 = 2 \text{ br}^2$ ise $\int_{-5}^6 f(x) dx$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 2 D) 3 E) 9

2.

$S_1 = 6 \text{ br}^2$

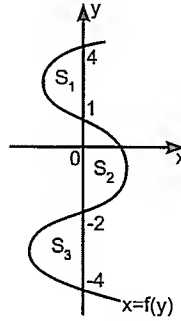
$S_2 = 5 \text{ br}^2$

$S_3 = 4 \text{ br}^2$

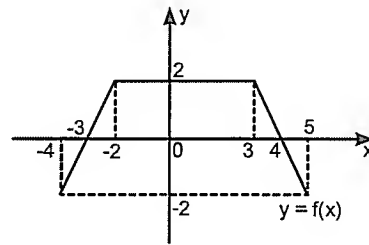
olduğuna göre,

$\int_{-4}^4 f(y) dy$ kaçtır?

A) -5 B) -2 C) 3 D) 5 E) 15



3.



Grafikte verilenlere göre, $\int_{-4}^5 f(x) dx$ kaçtır?

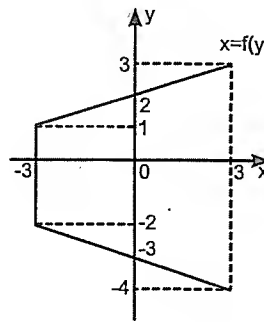
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4.

Grafikte verilenlere

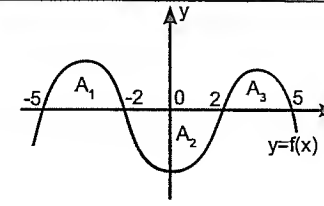
göre, $\int_{-4}^3 f(y) dy$ kaçtır?

A) -10 B) -9 C) -8 D) 12 E) 15



Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı – 2

ÖĞRETEN SORU – 128



Yukarıda verilen şekilde

$A_1 = 8 \text{ br}^2$, $A_2 = 12 \text{ br}^2$, $A_3 = 9 \text{ br}^2$

olarak verilmiştir. Buna göre,

a) $\int_{-5}^5 f(x) dx$ ve b) $\int_{-5}^5 |f(x)| dx$

integrallerinin eşiti nedir?

Çözüm:

a) O_x ekseninin altında kalan alanlar (-) alındığından,

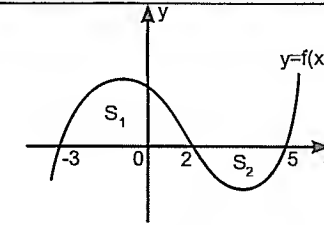
$$\begin{aligned} \int_{-5}^5 f(x) dx &= A_1 - A_2 + A_3 \\ &= 8 - 12 + 9 = 5 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

b) O_x ekseninin altında kalan alanlar (-) dir.

Fakat mutlak değeri alınca sonuç tekrar (+) pozitif olur.

$$\begin{aligned} \int_{-5}^5 |f(x)| dx &= A_1 + A_2 + A_3 \\ &= 8 + 12 + 9 \\ &= 29 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 129



Grafikte ifade edilen S_1 ve S_2 alanları için,

$$\int_{-3}^5 |f(x)| dx = 12, \quad \int_{-3}^5 f(x) dx = 8$$

ise S_1 ve S_2 alanları kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$\int_{-3}^5 |f(x)| dx = 12 \Rightarrow S_1 + S_2 = 12$$

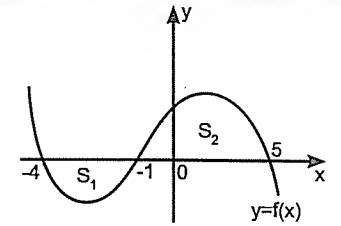
$$\int_{-3}^5 f(x) dx = 8 \Rightarrow S_1 - S_2 = 8$$

$$\begin{cases} S_1 + S_2 = 12 \\ S_1 - S_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow S_1 = 10 \text{ br}^2 \text{ ve } S_2 = 2 \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
51

1.

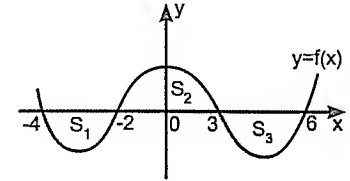


$$\int_{-4}^5 |f(x)| dx = 10, \quad \int_{-4}^5 f(x) dx = 4$$

olduğuna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{7}{3}$

2.



$$S_1 = 3 \text{ br}^2, \quad \int_{-4}^6 f(x) dx = 6 \text{ ve } \int_{-4}^6 |f(x)| dx = 18$$

olduğuna göre, S_3 kaç br^2 dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3.

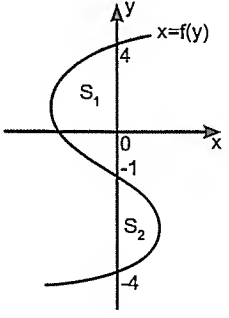
$$\int_{-4}^4 f(y) dy = 12$$

$$\int_{-4}^4 |f(y)| dy = 22$$

olduğuna göre,

$\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{9}{13}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{5}{17}$



4.

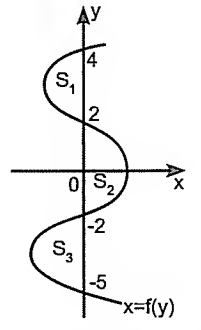
$$\int_{-5}^4 f(y) dy = 6$$

$$\int_{-5}^4 |f(y)| dy = 20$$

olduğuna göre,

S_2 kaç br^2 dir?

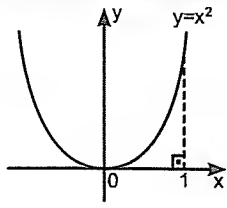
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13



**x Eksenini Tarafından Sınırlanan
Düzlemsel Bölgenin Alanı – 1**

ÖĞRETEN SORU – 130

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?

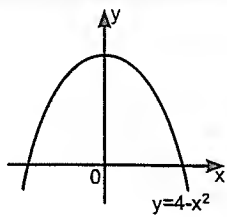


Çözüm:

$$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3} br^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 131

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?

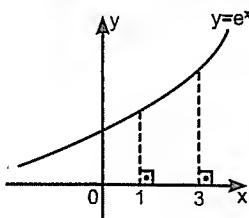


Çözüm:

$$\int_{-2}^2 (4-x^2) dx = 4x - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^2 = \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) = \frac{16}{3} br^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 132

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?

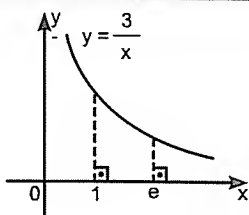


Çözüm:

$$\int_1^3 e^x dx = e^x \Big|_1^3 = e^3 - e^1 = e(e^2 - 1) br^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 133

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



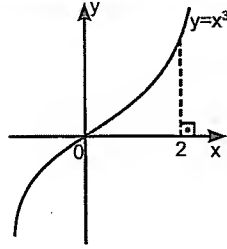
Çözüm:

$$\int_1^e \frac{3}{x} dx = 3 \ln x \Big|_1^e = 3 \ln e - 3 \ln 1 = 3 - 0 = 3 br^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

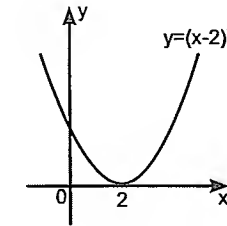
TEST
52

1. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



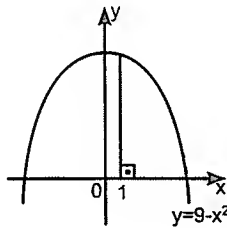
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

2. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



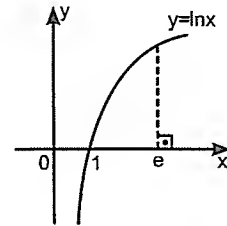
- A) 4 B) $\frac{11}{3}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 3 E) $\frac{8}{3}$

3. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



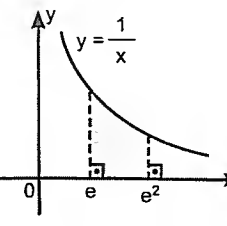
- A) 10 B) $\frac{29}{3}$ C) $\frac{28}{3}$ D) 9 E) $\frac{25}{3}$

4. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



- A) e-1 B) 1 C) e D) e+1 E) 2e

5. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



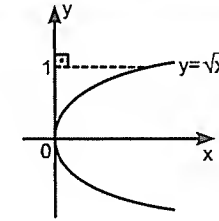
- A) e B) e^2 C) e-1 D) 2 E) 1

1-B 2-E 3-C 4-B 5-E

**y Eksenini Tarafından Sınırlanan
Düzlemsel Bölgenin Alanı**

ÖĞRETEN SORU – 134

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



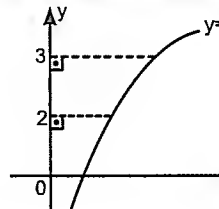
Çözüm:

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow x = y^2$$

$$\int_0^1 y^2 dy = \frac{y^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3} br^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 135

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



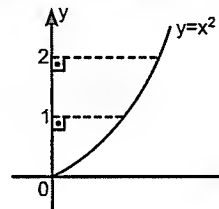
Çözüm:

$$y = \ln x \Rightarrow x = e^y$$

$$\int_2^3 e^y dy = e^y \Big|_2^3 = (e^3 - e^2) br^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 136

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



Çözüm:

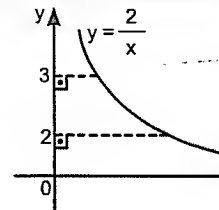
$$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$$

$$\int_1^4 \sqrt{y} dy = \int_1^4 y^{1/2} dy = \frac{y^{3/2}}{3/2} \Big|_1^4 = \frac{2}{3} y^{3/2} \Big|_1^4$$

$$= \frac{2}{3} (2\sqrt{2} - 1) br^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 137

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



Çözüm:

$$y = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{y}$$

$$\int_2^3 \frac{2}{y} dy = 2 \ln y \Big|_2^3 = 2 \ln 3 - 2 \ln 2$$

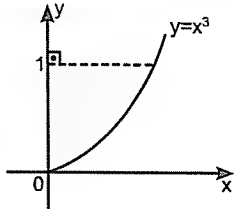
$$= 2(\ln 3 - \ln 2)$$

$$= 2 \ln \frac{3}{2} br^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

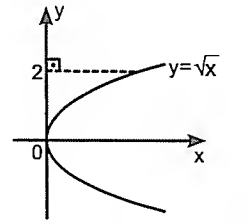
TEST
53

1. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



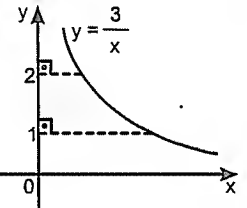
- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



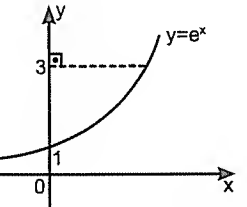
- A) $\frac{11}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

3. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



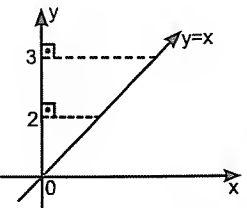
- A) $3 \ln 2$ B) $2 \ln 2$ C) $\ln 2$ D) e E) 1

4. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



- A) $3 \ln 3$ B) $2 \ln 3 - 1$ C) $3 \ln 3 - 2$
D) $2 \ln 3 + 3$ E) $3 \ln 3 + 2$

5. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



- A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) 3 E) $\frac{5}{2}$

1-D 2-C 3-A 4-C 5-E

**x Eksenini Tarafından Sınırlanan
Düzlemsel Bölgenin Alanı - 2**

ÖĞRETEN SORU - 138

$y = x^2 - 4$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

Önce x eksenini kesen noktaları bulalım:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx &= -\int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx = -2 \int_0^2 (x^2 - 4) dx \\ &= -2 \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_0^2 = -2 \left(\frac{8}{3} - 8 \right) \\ &= \frac{32}{3} br^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 139

$y = x^3 - x$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

Önce x eksenini kesen noktaları bulalım:

$$\begin{aligned} y = 0 \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \\ \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx &= \int_{-1}^0 |x^3 - x| dx + \int_0^1 |x^3 - x| dx \\ &= \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx + \int_0^1 -(x^3 - x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 \\ &= 0 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = 0 \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} br^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
54

1. $y = x^2 - 1$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

2. $y = x^2 - 3x$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) $\frac{13}{2}$

3. $y = x^3 - 4x$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

4. $y = 4x^2 + x$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{116}$ B) $\frac{1}{96}$ C) $\frac{1}{80}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{1}{48}$

5. $y = 2x - x^2$ parabolü ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

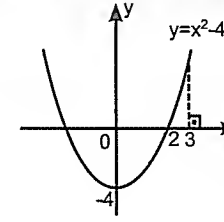
A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 2 D) $\frac{4}{3}$ E) 1

www.guryayinlari.com

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı - 1

ÖĞRETEN SORU - 140

Şekildeki taralı
bölgenin alanı
kaç br^2 dir?

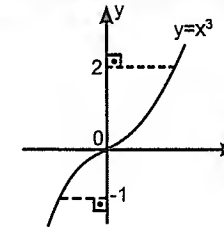


Çözüm:

$$\begin{aligned} T.A &= -\int_0^2 (x^2 - 4) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx \\ &= \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 \\ &= \left(-\frac{8}{3} + 8 - 0 \right) + \left(\frac{27}{3} - 12 \right) - \left(\frac{8}{3} - 8 \right) \\ &= -\frac{8}{3} + 8 + 9 - 12 - \frac{8}{3} + 8 \\ &= \frac{23}{3} br^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 141

Şekildeki taralı
bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



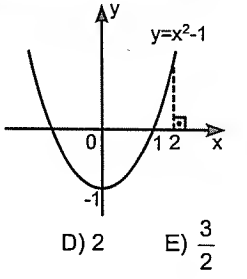
Çözüm:

$$\begin{aligned} y = x^3 \Rightarrow x &= \sqrt[3]{y} \\ T.A &= -\int_{-1}^0 \sqrt[3]{y} dy + \int_0^2 \sqrt[3]{y} dy \\ &= -\frac{y^{4/3}}{4/3} \Big|_{-1}^0 + \frac{y^{4/3}}{4/3} \Big|_0^2 \\ &= -\frac{3}{4} y^{4/3} \Big|_{-1}^0 + \frac{3}{4} y^{4/3} \Big|_0^2 \\ &= 0 - \left(-\frac{3}{4} \right) + \frac{3}{4} 2^{4/3} - 0 \\ &= \frac{3}{4} (1 + 2^{4/3}) br^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

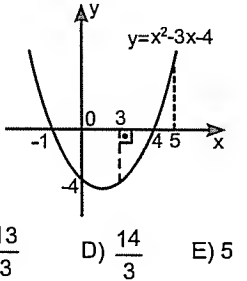
TEST
55

1. Şekildeki taralı
bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



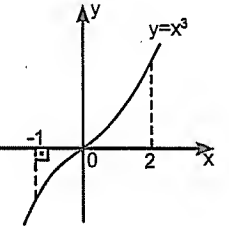
A) 4 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

2. Şekildeki taralı
bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



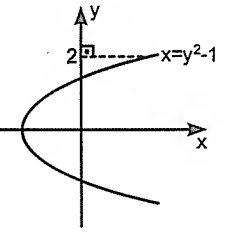
A) 2 B) 3 C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{14}{3}$ E) 5

3. Şekildeki taralı
bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



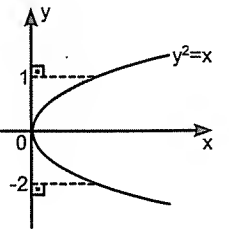
A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{17}{4}$ D) 4 E) $\frac{15}{4}$

4. Şekildeki taralı
bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

5. Şekildeki taralı
bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

www.guryayinlari.com

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı – 2

ÖĞRETEN SORU – 142

$y = x^2 - 1$ eğrisi ile $x = 0$ ve $x = 2$ doğruları ve x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$y = 0 \text{ için } x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \text{ ve } x_2 = -1 \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 |x^2 - 1| dx = \int_0^1 |x^2 - 1| dx + \int_1^2 |x^2 - 1| dx \\ &= -\int_0^1 (x^2 - 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx \\ &= \left(-\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_1^2 \\ &= \left(-\frac{1}{3} + 1 \right) - 0 + \left(\frac{8}{3} - 2 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 143

$y = \cos x$ eğrisi $x = 0$ ve $x = \frac{3\pi}{2}$ doğrularının x eksenine ile oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$0 < x < 90^\circ \Rightarrow \cos x > 0$$

$$90^\circ < x < 270^\circ \Rightarrow \cos x < 0 \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x| dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x| dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} -\cos x dx \\ &= \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \\ &= (1 - 0) - (-1 - 1) \\ &= 1 + 2 \\ &= 3 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
56

1. $y = x^3$ eğrisi, $x = -1$, $x = 2$ doğruları ve x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 5 B) $\frac{19}{4}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{17}{4}$ E) 4

2. $y = x^2 - 9$ eğrisi, $x = 1$ ve $x = 4$ doğruları ve x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{40}{3}$ B) $\frac{38}{3}$ C) 12 D) $\frac{35}{3}$ E) 11

3. $y = x^2 - 4$ eğrisi, $x = 0$ ve $x = 3$ doğruları ve x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 9 B) $\frac{25}{3}$ C) $\frac{23}{3}$ D) 7 E) $\frac{20}{3}$

4. $y = \sin x$ eğrisi $x = \frac{\pi}{2}$ ve $x = 2\pi$ doğrularının x eksenine ile oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $y = \cos x$ eğrisi $x = \frac{\pi}{2}$ ve $x = \frac{3\pi}{2}$ doğrularının x eksenine ile oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1-D 2-B 3-C 4-D 5-C

y Ekseninde Sınırlanan
Düzlemsel Bölgenin Alanı

ÖĞRETEN SORU – 144

$y^2 = 2x$ parabolü, $y = 1$ ve $y = 2$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$y^2 = 2x \Rightarrow x = \frac{y^2}{2}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 \left| \frac{y^2}{2} \right| dy = \int_1^2 \frac{y^2}{2} dy \\ &= \frac{y^3}{6} \Big|_1^2 \\ &= \frac{8}{6} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6} \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 145

$y = e^x$ eğrisi, $y = e$ ve $y = e^2$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$y = e^x \Rightarrow x = \ln y$$

$$\begin{aligned} A &= \int_e^{e^2} \ln y dy = (y \cdot \ln y - y) \Big|_e^{e^2} \\ &= (e^2 \cdot \ln e^2 - e^2) - (e \cdot \ln e - e) \\ &= 2e^2 - e^2 - e + e \\ &= e^2 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 146

$y = \arctan x$ eğrisi, $y = 0$ ve $y = \frac{\pi}{6}$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$y = \arctan x \Rightarrow x = \tan y$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan y dy = -\ln |\cos y| \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} \\ &= \left(-\ln \left| \cos \frac{\pi}{6} \right| \right) - \left(-\ln |\cos 0| \right) \\ &= \left(-\ln \left| \frac{\sqrt{3}}{2} \right| \right) + \ln 1 \\ &= \ln \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \ln \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
57

1. $y^2 = x$ parabolü, $y = 0$ ve $y = 2$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

2. $y = \sqrt{x}$ eğrisi, $y = 1$ ve $y = 2$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

3. $y = e^x$ eğrisi, $y = 1$ ve $y = e^2$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $e^2 + 1$ B) e^2 C) $2e^2$
D) $e^2 - 1$ E) $2e^2 + 1$

4. $y = \operatorname{arccot} x$ eğrisi $y = \frac{\pi}{6}$ ve $y = \frac{\pi}{4}$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\ln \sqrt{3}$ B) $\ln 2$ C) $\ln \sqrt{2}$
D) $\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\ln \frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $y = \arccos x$ eğrisi $y = 0$ ve $y = \frac{\pi}{3}$ doğruları ile y ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 0 B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

1-B 2-D 3-A 4-C 5-D

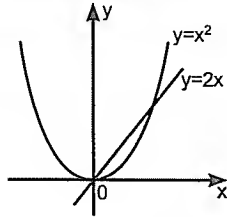
**İki Eğri İle Sınırlı Bölgenin Alanı
(x Eksen)**

Eğrilerle sınırlanan alanı bulmak için $f(x) - g(x) = 0$ dan x_1 ve x_2 kökleri bulunur.
($x_1 < x_2$)

$$A = \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 147

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



Çözüm:

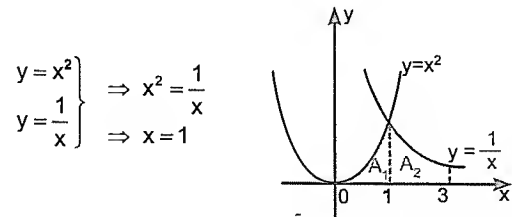
$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = 2$$

$$\int_0^2 (2x - x^2) dx = \left[\frac{2x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} br^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 148

$y = x^2$ parabolü, $y = \frac{1}{x}$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve x eksen ile sınırlı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 1$$

$$A_1 = \int_0^1 x^2 dx \Rightarrow A_1 = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 \Rightarrow A_1 = \frac{1}{3} br^2 \text{ dir.}$$

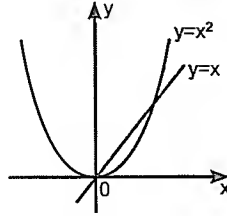
$$A_2 = \int_1^3 \frac{1}{x} dx \Rightarrow A_2 = \ln x \Big|_1^3 \Rightarrow A_2 = \ln 3 - \ln 1 \Rightarrow A_2 = \ln 3 br^2 \text{ dir.}$$

$$A_1 + A_2 = \frac{1}{3} + \ln 3 br^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

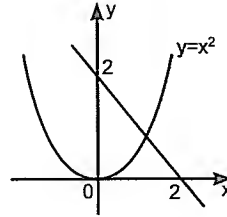
TEST
58

1. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



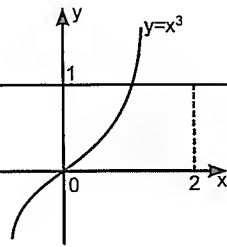
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

2. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



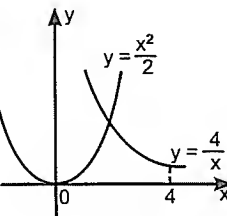
- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{7}{6}$ C) 1 D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{2}{3}$

3. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



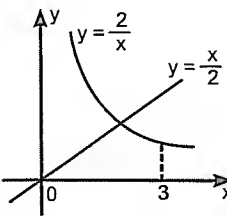
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

4. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



- A) $\frac{4}{3} + 4\ln 2$ B) $\frac{4}{3} + 2\ln 2$ C) $\frac{4}{3} + \ln 2$
D) $4 + 4\ln 2$ E) $2 + 4\ln 2$

5. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



- A) $2 + 2\ln \frac{3}{2}$ B) $4 + \ln \frac{3}{2}$ C) $1 + 2\ln \frac{3}{2}$
D) $4 + 2\ln \frac{3}{2}$ E) $1 + \ln \frac{3}{2}$

1-B 2-D 3-E 4-A 5-C

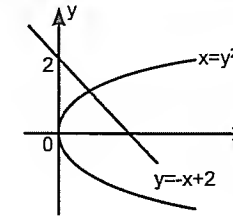
**İki Eğri İle Sınırlı Bölgenin Alanı
(y Eksen)**

Eğrilerle sınırlanan alanı bulmak için
 $f(y) - g(y) = 0$ dan y_1 ve y_2 kökleri bulunur.
($y_1 < y_2$)

$$A = \int_{y_1}^{y_2} |f(y) - g(y)| dy \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 149

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



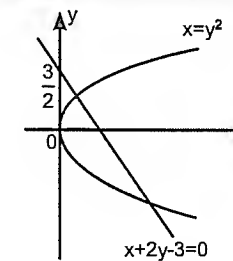
Çözüm:

$$\begin{cases} x = y^2 \\ x = 2 - y \end{cases} \Rightarrow y^2 = 2 - y \Rightarrow (y+2)(y-1) = 0 \Rightarrow y_1 = -2 \vee y_2 = 1$$

$$\int_{-2}^1 y^2 dy + \int_1^2 (2 - y) dy = \left[\frac{y^3}{3} \right]_{-2}^1 + \left[2y - \frac{y^2}{2} \right]_1^2 = \frac{1}{3} + \left(4 - \frac{4}{2} \right) - \left(2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{6} br^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 150

Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



Çözüm:

Eğri ile doğrunun kesim noktalarını bulalım.

$$y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = -3 \text{ ve } y = 1 \text{ dir.}$$

taralı bölgenin üst sınırı,

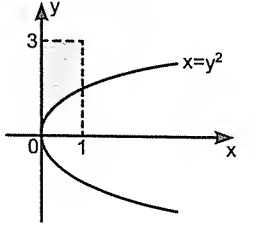
$x + 2y - 3 = 0$ doğrusu olduğundan

$$A = \int_{-3}^1 ((3 - 2y) - (y^2)) dy = \left[3y - \frac{2y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_{-3}^1 = \left(3 - 1 - \frac{1}{3} \right) - \left(-9 - 9 + \frac{27}{3} \right) = \frac{5}{3} + 18 - \frac{27}{3} = \frac{32}{3} br^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

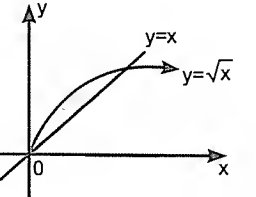
TEST
59

1. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



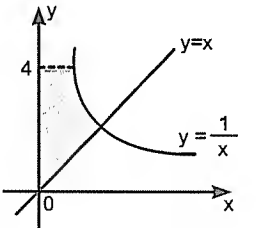
- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

2. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



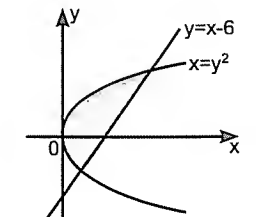
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

3. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



- A) $\ln 4$ B) $1 + \ln 4$ C) $\frac{1}{2} + \ln 4$
D) $\frac{1}{2} + \ln 2$ E) $\frac{1}{4} + \ln 2$

4. Yanda ifade edilmiş
taralı bölgenin alanı
kaç br^2 dir?



- A) $\frac{125}{6}$ B) $\frac{62}{3}$ C) $\frac{123}{6}$ D) $\frac{119}{6}$ E) $\frac{59}{3}$

1-E 2-B 3-C 4-A

İki Eğri Arasında Kalan Bölgenin Alanı

ÖĞRETEN SORU - 151

$y = x^2 + 3$ parabolü ile $y = x + 5$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = x + 5 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 3 = x + 5 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -1$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 |(x+5) - (x^2+3)| dx &= \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx \\ &= \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^2 \\ &= \left(-\frac{8}{3} + \frac{4}{2} + 4 \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 \right) \\ &= \frac{10}{3} - \left(-\frac{7}{6} \right) = \frac{9}{2} br^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 152

$y = x^2 + 2x$ parabolü ile $y = -x^2 - 6x$ parabolü arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = -x^2 - 6x \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x = -x^2 - 6x \Rightarrow 2x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -4$$

$$\begin{aligned} \int_{-4}^0 |(-x^2 - 6x) - (x^2 + 2x)| dx &= \int_{-4}^0 (-2x^2 - 8x) dx \\ &= \left(-\frac{2x^3}{3} - 4x^2 \right) \Big|_{-4}^0 \\ &= 0 - \left(-\frac{128}{3} - 64 \right) \\ &= \frac{64}{3} br^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST 60

1. $y = x^2 - 2$ parabolü ile $y = 1 - 2x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 15 B) 14 C) $\frac{40}{3}$ D) 13 E) $\frac{32}{3}$

2. $y = x^2 + 2$ parabolü ile $y = x + 4$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

3. $y = x^3$ eğrisi ile $y = 4x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $y = x^2 - 3x$ parabolü ile $y = x - x^2$ parabolü arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{3}$ E) 1

5. $x = -y^2 + 5y$ parabolü ile $x = 2y$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

www.guryayinlari.com

1-E 2-B 3-D 4-A 5-E

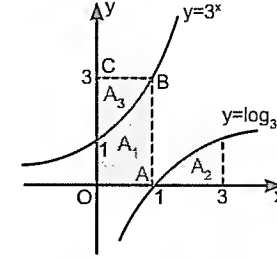
x ve y Eksenlerine Göre Sınırlı Bölgenin Alanı

ÖĞRETEN SORU - 153

$$\int_0^1 3^x dx + \int_1^3 \log_3 x dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:



Yukarıda şekilde görüldüğü gibi

$$A_1 = \int_0^1 3^x dx$$

$$A_2 = \int_1^3 \log_3 x dx \text{ dir.}$$

Ayrıca $A_2 = A_3$ olduğundan

$$\begin{aligned} \int_0^1 3^x dx + \int_1^3 \log_3 x dx &= A_1 + A_2 \\ &= A_1 + A_3 \\ &= A(OABC) \\ &= |OA| \cdot |AB| = 1 \cdot 3 = 3 br^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

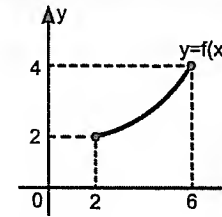
ÖĞRETEN SORU - 154

Şekilde grafiği verilen

bire bir ve örten

$f: [2, 6] \rightarrow [2, 4]$

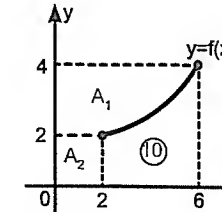
fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.



$$\int_2^6 f(x) dx = 10 \text{ ise } \int_2^4 f^{-1}(x) dx \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_2^4 f^{-1}(x) dx &= A_1 \\ A_2 &= 2 \cdot 2 = 4 br^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A_1 + A_2 + 10 &= 6 \cdot 4 \Rightarrow A_1 + 4 + 10 = 24 \\ \Rightarrow A_1 &= 10 br^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST 61

1. $\int_0^1 5^x dx + \int_1^5 \log_5 x dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 1 B) 2 C) 5 D) 25 E) 50

2. $\int_0^1 e^x dx + \int_1^e \ln x dx$

integralinin eşiti nedir?

A) e B) 2e C) 2e^2 D) 4e^2 E) 2e^2 + e

3. $\int_{\pi/2}^{\pi} \cos x dx + \int_{-1}^0 \arccos x dx$

integralinin eşiti nedir?

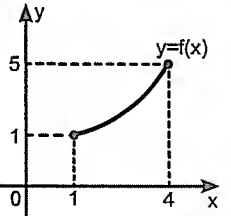
A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 4π

4. Yandaki fonksiyona göre,

$$\int_1^4 f(x) dx = 8 \text{ ise}$$

$$\int_1^5 f^{-1}(x) dx \text{ kaçtır?}$$

A) 20 B) 16 C) 14 D) 12 E) 11

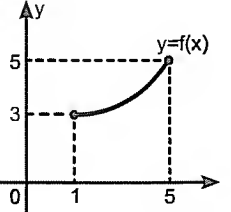


5. Yandaki fonksiyona göre,

$$\int_3^5 f^{-1}(x) dx = 7 \text{ ise}$$

$$\int_1^5 f(x) dx \text{ kaçtır?}$$

A) 7 B) 10 C) 13 D) 15 E) 18

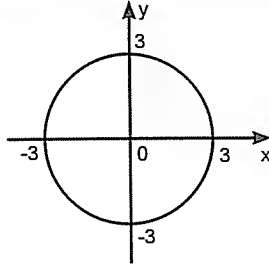


1-C 2-A 3-C 4-E 5-D

Merkezi Orijin Olan
Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 1

ÖĞRETEN SORU - 155

Yandaki şekilde
verilen taralı
bölgenin alanını
veren integral
denklemini nedir?



Çözüm:

- Şekle göre taralı bölgenin sınırları $x = 0$ ve $x = 3$ noktalarıdır.

Merkezcil çember denklemini

$$x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y = \sqrt{9 - x^2}$$

Alan O_x ekseninde olduğundan

$$y = \sqrt{9 - x^2} \text{ alınır.}$$

$$A = \int_0^3 (\sqrt{9 - x^2}) dx \text{ bulunur.}$$

- Eğer taralı bölgenin sınırları $y = 0$ ve $y = 3$ noktaları alınır,

Merkezcil çember denklemini

$$x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9 - y^2}$$

Alan O_y ekseninde olduğundan $x = \sqrt{9 - y^2}$

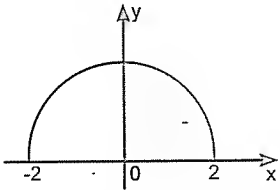
$$A = \int_0^3 (\sqrt{9 - y^2}) dy \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 156

$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:



$y = \sqrt{4 - x^2}$ fonksiyonu $r = 2$ yarıçaplı yarım çemberi gösterdiğinden istenen ifade şekildeki gibidir.

Bu alan, $\pi \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{4} = \pi$ olduğundan

$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx = \pi \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
62

$$1. \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{4}$

$$2. \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

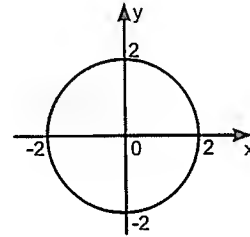
- A) 16π B) 8π C) 4π D) 2π E) π

$$3. \int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) 9π B) 6π C) $\frac{9\pi}{2}$ D) 3π E) $\frac{9\pi}{4}$

4. Yandaki şekilde
verilen taralı
bölgenin alanını
veren integral
denklemini nedir?



$$A) \int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$$

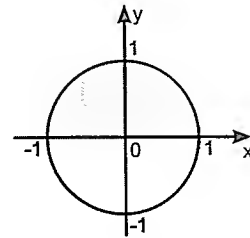
$$B) \int_0^2 \sqrt{1 - x^2} dx$$

$$C) \int_{-2}^0 \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$D) \int_0^{-2} \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$E) \int_0^2 \sqrt{y^2 - 4} dy$$

5. Yandaki şekilde
verilen taralı
bölgenin alanını
veren integral
denklemini nedir?



$$A) \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$$

$$B) \int_0^1 \sqrt{1 - y^2} dy$$

$$C) \int_{-1}^0 \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$D) \int_{-1}^0 \sqrt{1 - x^2} dx$$

$$E) \int_{-1}^1 \sqrt{x^2 - 1} dx$$

1-E 2-C 3-C 4-C 5-D

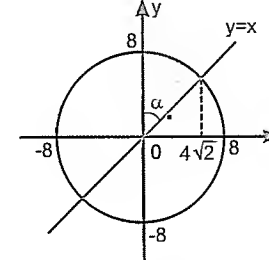
Merkezi Orijin Olan
Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 2

ÖĞRETEN SORU - 157

$$\int_0^{4\sqrt{2}} (\sqrt{64 - x^2} - x) dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:



Bu integral birinci bölgede $x^2 + y^2 = 64$ çemberi ile $y = x$ doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanıdır.

$$\alpha = 45^\circ \text{ olduğundan } \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8}$$

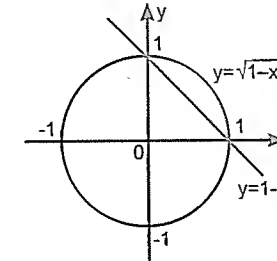
$$\int_0^{4\sqrt{2}} (\sqrt{64 - x^2} - x) dx = \frac{\text{Dairenin alanı}}{8} = \frac{64\pi}{8} = 8\pi \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 158

$$\int_0^1 [\sqrt{1 - x^2} - (1 - x)] dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:



İntegralin değeri şekildeki taralı alandır. Bu alan dörtte bir daire ile dik üçgenin alanları farkına eşittir.

$$\int_0^1 [\sqrt{1 - x^2} - (1 - x)] dx = \frac{\pi}{4} - \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{\pi - 2}{4} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
63

$$1. \int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4 - x^2} - x) dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) π D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

$$2. \int_0^{3\sqrt{2}} (\sqrt{36 - x^2} - x) dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) 6π B) 5π C) $\frac{9\pi}{2}$ D) 4π E) $\frac{7\pi}{2}$

$$3. \int_0^3 \sqrt{36 - x^2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $3\pi + \frac{9\sqrt{3}}{2}$ B) $6\pi + \frac{9\sqrt{3}}{2}$ C) 3π
D) $3\pi + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

$$4. \int_0^2 [\sqrt{4 - x^2} - (2 - x)] dx$$

integralinin eşiti nedir?

- A) $2\pi - 2$ B) $4\pi - 4$ C) $\pi - 1$
D) $\pi - 4$ E) $\pi - 2$

$$5. \int_0^3 [\sqrt{9 - x^2} - (3 - x)] dx$$

integralinin eşiti nedir?

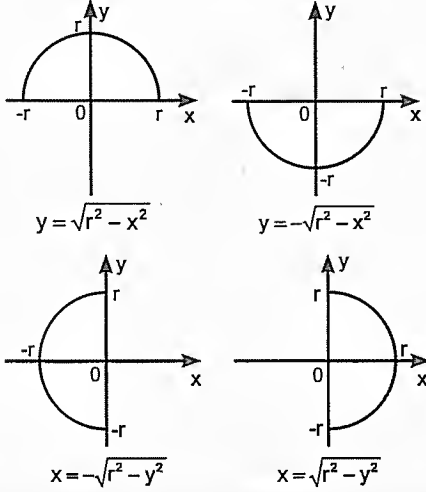
- A) $\frac{9\pi}{4}$ B) $\frac{9\pi}{2} - 3$ C) $\frac{9\pi}{4} - \frac{9}{4}$
D) $\frac{9\pi}{4} - \frac{9}{2}$ E) $\frac{9\pi}{2} - \frac{9}{2}$

1-D 2-C 3-A 4-E 5-D

Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 3

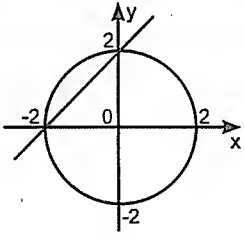
- Taralı alanı y fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, yukarıdakinden aşağıdaki fonksiyon çıkarılır.
- Taralı alanı x fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, sağdakinden soldaki fonksiyon çıkarılır.

$x^2 + y^2 = r^2$ merkezli çember denklemdir.



ÖĞRETEN SORU - 159

Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralinin eşiti nedir?



Çözüm:

Taralı kısmın bulunduğu bölgedeki dörtte bir çemberin denklemi $y = \sqrt{4 - x^2}$ ya da $x = -\sqrt{4 - y^2}$ dir.

Doğrunun denklemi $y = x + 2$ ya da $x = y - 2$ dir.

Taralı alanı y fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, yukarıdakinden aşağıdaki çıkarılır.

$$\text{Yani, } A = \int_{-2}^0 [\sqrt{4 - x^2} - (x + 2)] dx \text{ olur.}$$

Taralı alanı x fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, sağdakinden soldaki çıkarılır.

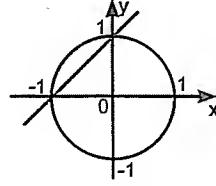
$$\text{Yani; } A = \int_0^2 [(y - 2) - (-\sqrt{4 - y^2})] dy$$

$$A = \int_0^2 (y - 2 + \sqrt{4 - y^2}) dy \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

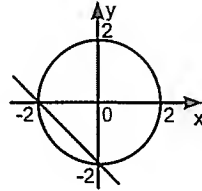
TEST 64

1. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integral nedir?



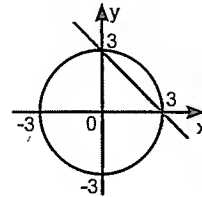
- A) $\int_0^1 [(y - 1) - \sqrt{1 - y^2}] dy$ B) $\int_0^1 [(x - 1) - \sqrt{1 - x^2}] dx$
C) $\int_{-1}^0 [(x + 1) - \sqrt{1 - x^2}] dx$ D) $\int_0^1 [(y - 1) + \sqrt{1 - y^2}] dy$
E) $\int_{-1}^0 [\sqrt{1 - x^2} + (x + 1)] dx$

2. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integral nedir?



- A) $\int_{-2}^0 [(-x - 2) + \sqrt{4 - x^2}] dx$
B) $\int_{-2}^0 [(-x - 2) - \sqrt{4 - x^2}] dx$
C) $\int_{-2}^0 [(2 + y) - \sqrt{4 - y^2}] dy$
D) $\int_{-2}^0 [(-2 - y) - \sqrt{4 - y^2}] dy$
E) $\int_{-2}^0 [\sqrt{4 - y^2} - (-2 - y)] dy$

3. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integral nedir?

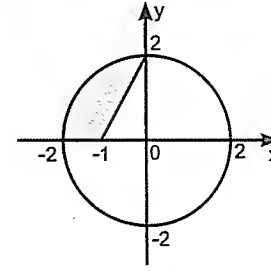


- A) $\int_0^3 [(3 - x) - \sqrt{9 - x^2}] dx$ B) $\int_0^3 [\sqrt{9 - x^2} - (x - 3)] dx$
C) $\int_0^3 [\sqrt{9 - y^2} - (3 - y)] dy$ D) $\int_0^3 [(3 - y) - \sqrt{9 - y^2}] dy$
E) $\int_0^3 [\sqrt{9 - y^2} + (3 - y)] dy$

1-D 2-A 3-C

Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 4

ÖĞRETEN SORU - 160



Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralin eşiti nedir?

Çözüm:

Taralı kısmın bulunduğu bölgedeki dörtte bir çemberin denklemi

$$y = \sqrt{4 - x^2} \text{ ya da } x = -\sqrt{4 - y^2}$$

Doğrunun denklemi

$$y = 2x + 2 \text{ ya da } x = \frac{y - 2}{2} \text{ dir.}$$

- Taralı alanı y fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, yukarıdakinden aşağıdaki fonksiyon çıkarılır.

$$A = \int_{-2}^0 \sqrt{4 - x^2} dx - \int_{-1}^0 (2x + 2) dx$$

- Taralı alanı x fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, sağdakinden soldaki fonksiyon çıkarılır.

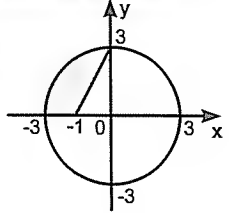
$$A = \int_0^2 \left[\frac{y - 2}{2} - (-\sqrt{4 - y^2}) \right] dy$$

$$A = \int_0^2 \left(\frac{y - 2}{2} + \sqrt{4 - y^2} \right) dy \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

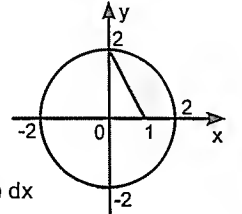
TEST 65

1. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralin eşiti nedir?



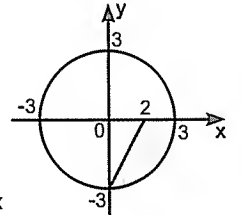
- A) $\int_{-3}^0 [\sqrt{9 - x^2} - (3 + 3x)] dx$ B) $\int_0^3 \left[\frac{y - 3}{3} - \sqrt{9 - y^2} \right] dy$
C) $\int_0^3 \left[\frac{y - 3}{3} + \sqrt{9 - y^2} \right] dy$ D) $\int_{-3}^0 [\sqrt{9 - x^2} + (3x + 3)] dx$
E) $\int_{-3}^0 \sqrt{9 - x^2} dx + \int_{-1}^0 (3x + 3) dx$

2. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralin eşiti nedir?



- A) $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx - \int_0^1 (2x - 2) dx$
B) $\int_0^2 \left[\sqrt{4 - y^2} - \left(\frac{2 - y}{2} \right) \right] dy$
C) $\int_0^2 \left[\sqrt{4 - y^2} - \left(\frac{-y - 2}{2} \right) \right] dy$
D) $\int_0^2 \left[\left(\frac{2 - y}{2} \right) - \sqrt{4 - y^2} \right] dy$
E) $\int_0^2 \left[\sqrt{4 - y^2} + \left(\frac{2 - y}{2} \right) \right] dy$

3. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralin eşiti nedir?



- A) $\int_0^3 \left[\left(\frac{3x - 6}{2} \right) - \sqrt{9 - x^2} \right] dx$
B) $\int_0^2 \left[\left(\frac{3x - 6}{2} \right) - \sqrt{9 - x^2} \right] dx$
C) $\int_{-3}^0 \left[\sqrt{9 - y^2} + \frac{2y + 6}{3} \right] dy$
D) $\int_{-3}^0 \left[\sqrt{9 - y^2} - \frac{2y + 6}{3} \right] dy$
E) $\int_{-3}^0 \left[\frac{2y + 6}{3} - \sqrt{9 - y^2} \right] dy$

1-C 2-B 3-D

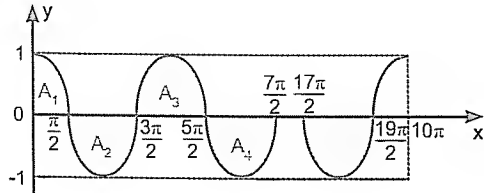
Trigonometrik Fonksiyonlarda Alan Hesabı

ÖĞRETEN SORU – 161

$$A = \int_0^{10\pi} \cos x \, dx$$

integralinin sonucu nedir?

Çözüm:



$$\int_0^{10\pi} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{10\pi} = \sin 10\pi - \sin 0 = 0$$

$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ve $\left[\frac{19\pi}{2}, 10\pi\right]$ aralığı yarım olduğundan ikisinin toplamı bir parça kabul edilirse, her taralı bölgenin alanı $2b^2$ dir. O halde,

$$A = \int_0^{10\pi} \cos x \, dx = (2 - 2 + 2 - 2 + \dots + 2 - 2) = 0 \text{ bulunur.}$$

İkinci Yol:

x ekseninin altında kalan alanlar ile üstünde kalan alanlar eşit olduğundan sıfır bulunabilir.

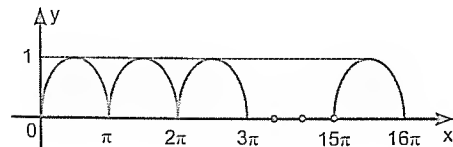
ÖĞRETEN SORU – 162

$$A = \int_0^{16\pi} |\sin x| \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$|\sin x|$ in grafiği



$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = (-\cos \pi) - (-\cos 0) = 2$$

şekilde de görüldüğü gibi her bir parçanın alanı $2b^2$ olduğuna göre 16π ye kadar

$$A = \int_0^{16\pi} |\sin x| \, dx$$

$$A = 16 \cdot 2 = 32 \text{ } b^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
66

1. $\int_0^{18\pi} \cos x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 90 E) 180

2. $\int_{\pi}^{13\pi} \sin x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) 0 B) 1 C) 60 D) 120 E) 130

3. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{8\pi} \cos x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) 0 B) 1 C) 8 D) 16 E) 17

4. $\int_0^{12\pi} |\sin x| \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 12 E) 24

5. $\int_{3\pi}^{16\pi} |\cos x| \, dx$

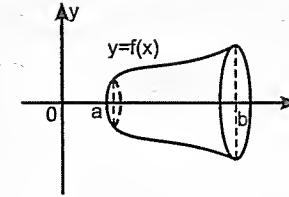
integralinin eşiti nedir?

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 13 E) 26

1-A 2-A 3-B 4-E 5-E

Hacim Hesabı

Kapalı bölge x eksenini etrafında 360° döndürülürse,



$y = f(x)$ eğrisi $x = a$, $x = b$ doğruları ve x eksenini ile sınırlanan şekildeki taralı bölgenin x eksenini etrafında 360° dönmesiyle oluşan dönel cismin hacmi,

$$V_x = \pi \int_a^b y^2 \, dx \text{ tir.}$$

NOT: Kürenin hacmi $\frac{4}{3} \pi r^3$ tür. r, kürenin yarıçapıdır.

ÖĞRETEN SORU – 163

$y = \sqrt{3x}$ eğrisinin, x eksenini ve $x = 1$ doğruları ile sınırlanan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

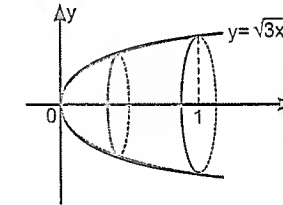
Çözüm:

$$V_x = \pi \int_0^1 y^2 \, dx$$

$$V_x = \pi \int_0^1 3x \, dx$$

$$V_x = \pi \frac{3x^2}{2} \Big|_0^1$$

$$V_x = \pi \left(\frac{3}{2} - 0 \right) = \frac{3\pi}{2} \text{ } br^3 \text{ bulunur.}$$



ÖĞRETEN SORU – 164

$y = x^2$ eğrisi, $x = -2$ ve $x = 1$ doğruları ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

Çözüm:

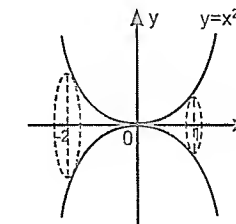
$$V_x = \pi \int_{-2}^1 y^2 \, dx$$

$$= \pi \int_{-2}^1 x^4 \, dx$$

$$= \pi \frac{x^5}{5} \Big|_{-2}^1$$

$$= \pi \left(\frac{1}{5} - \frac{-32}{5} \right)$$

$$= \frac{33\pi}{5} \text{ } br^3 \text{ bulunur.}$$



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
67

1. $y = \sqrt{x}$ eğrisi, $x = 1$ ve $x = 2$ doğruları ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

2. $y = \frac{2}{x}$ eğrisi $x = 1$ ve $x = 3$ doğruları ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) 3π B) $\frac{8\pi}{3}$ C) $\frac{7\pi}{3}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{3}$

3. $y = 2x$ doğrusu, $x = 0$ ve $x = 3$ doğruları ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) 12π B) 18π C) 24π D) 30π E) 36π

4. $y = \sqrt{9 - x^2}$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) 72π B) 60π C) 48π D) 36π E) 18π

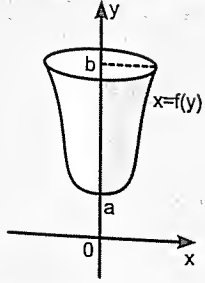
5. $y = \sqrt{25 - x^2}$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{500\pi}{3}$ B) 100π C) $\frac{250\pi}{3}$
D) 75π E) 50π

1-D 2-B 3-E 4-D 5-C

Hacim Hesabı

Kapalı bölge y eksenini etrafında 360° döndürülürse,



$x=f(y)$ eğrisi $y=a$, $y=b$ doğruları ve y eksenini ile sınırlanan şekildeki taralı bölgenin y eksenini etrafında 360° dönmesiyle oluşan dönel cismin hacmi

$$V_y = \pi \int_a^b x^2 dy \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 165

$y=2x^2$ eğrisi, y eksenini, $x=0$ ve $y=3$ doğruları ile sınırlanan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

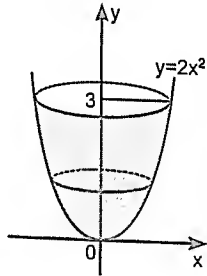
Çözüm:

$$V_y = \pi \int_0^3 x^2 dy$$

$$V_y = \pi \int_0^3 \frac{y}{2} dy$$

$$V_y = \pi \left[\frac{y^2}{4} \right]_0^3$$

$$V_y = \pi \left(\frac{9}{4} - 0 \right) = \frac{9\pi}{4} br^3 \text{ bulunur.}$$



www.guryayinlari.com

ÖĞRETEN SORU – 166

$x=y^2$ eğrisi, $x=0$ ve $y=1$ doğruları ile sınırlanmış bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

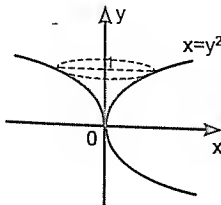
Çözüm:

$$V_y = \pi \int_0^1 x^2 dy$$

$$V_y = \pi \int_0^1 y^4 dy$$

$$= \pi \left[\frac{y^5}{5} \right]_0^1 = \pi \left(\frac{1}{5} - 0 \right)$$

$$= \frac{\pi}{5} br^3 \text{ bulunur.}$$



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
68

1. $y^2=2x$ eğrisi, $x=0$ ve $y=2$ doğruları ile sınırlanmış bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) 2π B) $\frac{9\pi}{5}$ C) $\frac{8\pi}{5}$ D) $\frac{6\pi}{5}$ E) π

2. $y=x^2$ eğrisi, $x=0$ ve $y=1$ doğruları ile sınırlanmış bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

3. $y=\sqrt{x}$ eğrisi $y=1$ ve $y=2$ doğruları ve eksenini ile sınırlanan bölge y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) 3π B) $\frac{18\pi}{5}$ C) 4π D) 6π E) $\frac{31\pi}{5}$

4. $y=\ln x$ eğrisi $y=1$ ve $y=3$ doğruları ile y eksenini sınırladığı bölgenin y eksenini etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{e^6}{4}\pi$ B) $\frac{e^6+e^2}{4}\pi$ C) $\frac{e^6-e^2}{2}\pi$
D) $\frac{e^6-e^2}{4}\pi$ E) $\frac{e^6-e^2}{8}\pi$

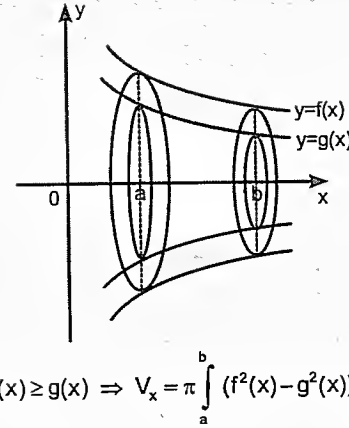
5. $x=\sec y$ eğrisi, $y=\frac{\pi}{6}$ ve $y=\frac{\pi}{4}$ doğrularının y eksenini ile oluşturduğu bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}\pi$ B) $\frac{1-\sqrt{3}}{3}\pi$ C) $\frac{6-\sqrt{3}}{3}\pi$
D) $\frac{3+\sqrt{3}}{3}\pi$ E) $(3-\sqrt{3})\pi$

1-C 2-B 3-E 4-D 5-A

Hacim Hesabı

Eğriler arasında kalan kapalı bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi

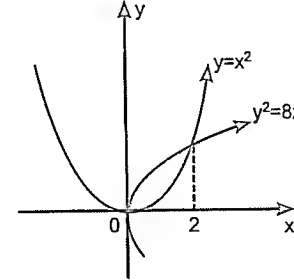


$$f(x) \geq g(x) \Rightarrow V_x = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$$

ÖĞRETEN SORU – 167

Denklemleri $y=x^2$ ve $y^2=8x$ olan eğriler arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

Çözüm:



Eğrilerin kesim noktalarını bulalım.

$$(x^2)^2 = 8x \Rightarrow x=0 \text{ ve } x=2 \text{ dir.}$$

$$V_x = \pi \int_0^2 (8x - x^4) dx$$

$$V_x = \pi \left(8 \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2$$

$$V_x = \pi \left(\frac{32}{2} - \frac{32}{5} \right) = \frac{48}{5}\pi br^3 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
69

1. $y=x^2$ eğrisi ile $y=x$ doğrusu arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{2\pi}{15}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{15}$ E) $\frac{\pi}{3}$

2. $y=x^2$ eğrisi ile $y^2=x$ eğrileri arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{\pi}{10}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{3\pi}{10}$ D) $\frac{2\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{2}$

3. $y=x^2$ eğrisi ile $y^2=27x$ eğrileri arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{819\pi}{10}$ B) 81π C) $\frac{791\pi}{10}$
D) $\frac{729\pi}{10}$ E) 72π

4. $y=x^2$ eğrisi ile $y=2x$ doğrusu arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{34\pi}{15}$ B) $\frac{8\pi}{3}$ C) 3π D) 4π E) $\frac{64\pi}{15}$

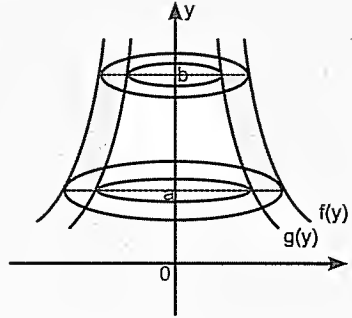
5. $y=x^3$ ile $y=2x^2$ eğrilerinin birinci bölgede oluşturduğu bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{276\pi}{35}$ B) $\frac{54\pi}{7}$ C) $\frac{256\pi}{35}$
D) $\frac{50\pi}{7}$ E) $\frac{236\pi}{35}$

1-B 2-C 3-D 4-E 5-C

Hacim Hesabı

Eğriler arasında kalan kapalı bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi



$$f(y) \geq g(y) \Rightarrow V_y = \pi \int_a^b (f^2(y) - g^2(y)) dy$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
70

1. $y = x^2$ eğrisi ile $y = 2x$ doğrusunun arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 4π B) $\frac{10\pi}{3}$ C) 3π D) $\frac{8\pi}{3}$ E) 2π

2. $y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x^2$ eğrisi arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{3\pi}{10}$ C) $\frac{2\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{5}$

3. $y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x$ doğrusu arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{2\pi}{15}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{15}$ E) $\frac{\pi}{3}$

4. $y = 2x$, $y = x$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 2π B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) π E) $\frac{2\pi}{3}$

5. $y = x^4$ eğrisi ile $y = 8x$ doğrusunun arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 25π B) $\frac{70\pi}{3}$ C) 22π
D) $\frac{65\pi}{3}$ E) $\frac{64\pi}{3}$

1-D 2-B 3-B 4-A 5-E

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral Alma Kuralları

TEST

1

1. $\int dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x B) $x + c$ C) $-x + c$
D) $x^2 + c$ E) $\frac{x^2}{2} + c$

2. $\int x dy$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + c$ B) $y + c$ C) $xy + c$
D) $\frac{xy^2}{2} + c$ E) $\frac{yx^2}{2} + c$

3. $\int x^e dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^e + c$ B) $\frac{x^e}{e} + c$ C) $\frac{x^{e+1}}{e} + c$
D) $\frac{x^{e+1}}{e+1} + c$ E) $\frac{x^e}{\ln x} + c$

4. $\int \sqrt[4]{x} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + c$ B) $\frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}} + c$ C) $\frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}} + c$
D) $\frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}} + c$ E) $\frac{1}{4}x^{\frac{5}{4}} + c$

5. $\int \frac{x^4 - x^2}{x^2} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3x^2 - x + c$ B) $x^3 - x + c$ C) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + c$
D) $\frac{x^3}{3} + x + c$ E) $\frac{x^3}{3} - x + c$

6. $\int x(3 - 2\sqrt{x}) dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}} + c$ B) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}} + c$
C) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$ D) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$
E) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$

7. $\int \frac{dx}{x^3}$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^3}{3} + c$ B) $\frac{1}{2x^2} + c$ C) $-\frac{2}{x^2} + c$
D) $\frac{2}{x^2} + c$ E) $-\frac{1}{2x^2} + c$

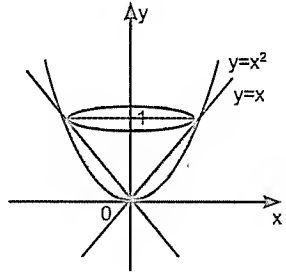
8. $\int \frac{5x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^{\frac{3}{2}} - x + c$ B) $2x^{\frac{3}{2}} - x + c$
C) $\frac{10}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + c$ D) $\frac{15}{2}x^{\frac{3}{2}} - x^2 + c$
E) $\frac{15}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + c$

ÖĞRETEN SORU - 168

$y = x^2$ eğrisi ile $y = x$ doğrusunun arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

Çözüm:



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow y = y^2 \Rightarrow y_1 = 0 \text{ ve } y_2 = 1$$

$$V_y = \pi \int_0^1 (y - y^2) dy$$

$$= \pi \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^1$$

$$= \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{\pi}{6} br^3 \text{ bulunur.}$$

9. $\int \frac{6x^4 - 1}{x^3} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x^2 - \frac{1}{x^2} + c$ B) $3x^2 + \frac{1}{x^2} + c$
C) $3x^2 - \frac{2}{x^2} + c$ D) $3x^2 + \frac{1}{2x^2} + c$
E) $3x^2 - \frac{1}{2x^2} + c$

10. $\int \frac{3x^4 + x}{x^2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^3 + x + c$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + c$
C) $x^3 - \ln x + c$ D) $\frac{x^3}{3} + \ln|x| + c$
E) $x^3 + \ln|x| + c$

11. $\int \frac{\sqrt{x}-1}{x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\sqrt{x} + \ln|x| + c$ B) $2\sqrt{x} - \ln|x| + c$
C) $\sqrt{x} - \ln|x| + c$ D) $\sqrt{x} + \ln|x| + c$
E) $\frac{\sqrt{x}}{2} - \ln|x| + c$

12. $\int \frac{x-2}{x^3} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1+x}{x^3} + c$ B) $\frac{1-x}{x^3} + c$ C) $\frac{3}{x^2} + c$
D) $\frac{2-x}{x^2} + c$ E) $\frac{1-x}{x^2} + c$

13. $\int \frac{4x^2}{x+1} dx - \int \frac{4}{x+1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4x^2 - 4x + c$ B) $2x^2 - 4x + c$
C) $x^2 - 4x + c$ D) $2x^2 + 4x + c$
E) $x^3 + 4x + c$

14. $\int (x+2)^2 dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + c$ B) $x^3 + 2x^2 + x + c$
C) $\frac{x^3}{3} + 4x^2 + 4x + c$ D) $x^3 + 2x^2 + 4x + c$
E) $\frac{x^3}{3} + 4x^2 + 4 + c$

15. $\int \frac{2}{\sqrt{x}} dx - \int \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^2}{2} + c$ B) $\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + c$ C) $\frac{x^3}{3} + c$
D) $x + c$ E) $-x + c$

16. $\int \frac{(x-2)^2}{x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 - 2x + c$ B) $\frac{x^2}{2} - 4x + 4\ln|x| + c$
C) $\frac{x^2}{2} - 2x + 4\ln|x| + c$ D) $x^2 + 4x + 4\ln|x| + c$
E) $\frac{x^2}{2} - 4x + \ln|x| + c$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral Alma Kuralları

TEST

2

1. $\int (x^4 + \cos x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4x^3 + \sin x + c$ B) $4x^3 - \sin x + c$
C) $\frac{x^5}{5} + \sin x + c$ D) $\frac{x^5}{5} - \sin x + c$
E) $\frac{x^5}{5} + \cos x + c$

2. $\int \sqrt[3]{x\sqrt{x^2}\sqrt[3]{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{18}{13} \cdot x^{\frac{13}{18}} + c$ B) $\frac{18}{31} \cdot x^{\frac{18}{31}} + c$
C) $\frac{13}{18} \cdot x^{\frac{13}{18}} + c$ D) $\frac{18}{31} \cdot x^{\frac{31}{18}} + c$
E) $x^{\frac{31}{18}} + c$

3. $\int (m + \sin x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $mx + \cos x + c$ B) $\frac{m^2}{2} - \cos x + c$
C) $m - \cos x + c$ D) $mx - \cos x + c$
E) $\frac{m^2}{2} + \sin x + c$

4. $\int (\sin x - \cos x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin x - \cos x + c$ B) $2\cos x + c$
C) $\cos x - \sin x + c$ D) $\cos x + \sin x + c$
E) $-\cos x - \sin x + c$

5. $\int \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan x + c$ B) $\arccos x + c$
C) $\cos x + c$ D) $\arcsin x + c$
E) $\sin x + c$

6. $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin x + c$ B) $2\sin x + c$
C) $2\cos x + c$ D) $-\cos x + c$
E) $-2\cos x + c$

7. $\int \frac{4}{\sin^2 x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4\cot x + c$ B) $-4\sec x + c$
C) $-4\cot x + c$ D) $-4\tan x + c$
E) $4\tan x + c$

8. $\int (\sin x + \cos x)^2 dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + \frac{1}{2}\cos 2x + c$ B) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\cos x + c$
C) $x - \frac{1}{2}\cos 2x + c$ D) $\frac{1}{2}\cos x + c$
E) $-\frac{1}{2}\cos 2x + c$

9. $\int \left(\frac{-1}{1+x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan x + \arcsin x + c$
 B) $\operatorname{arccot} x + \arcsin x + c$
 C) $-\operatorname{arccot} x + \arcsin x + c$
 D) $-\arctan x + \operatorname{arccos} x + c$
 E) $\operatorname{arccot} x + \operatorname{arccos} x + c$

10. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\tan x + c$ B) $2\cot x + c$
 C) $2\sec x + c$ D) $\tan x + c$
 E) $2\cos x + c$

11. $\int \sin^2 3x dx + \int \cos^2 3x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x + c$ B) $x + c$ C) $\frac{1}{3}\cos 2x + c$
 D) $\frac{1}{6}\cos 6x + c$ E) $-\frac{1}{6}\sin 6x + c$

12. $\frac{d}{dx} \left(\int \arcsin x dx \right)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ C) $\arcsin x$
 D) $\operatorname{arccos} x + c$ E) $\frac{1}{\operatorname{arccos} x}$

13. $\int \frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin x + \cos x + c$ B) $\sin x - \cos x + c$
 C) $2\sin x + c$ D) $-\sin x - \cos x + c$
 E) $2\cos x + c$

14. $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \sin x + c$ B) $x - \cos x + c$ C) $\cos x + c$
 D) $\sin x + c$ E) $x + \sin x + c$

15. $\int \frac{\cos 2x - 1}{\sin x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\cos x + c$ B) $2\sin x + c$ C) $-2\sin x + c$
 D) $2\cos x + c$ E) $-\cos x + c$

16. $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx + \int \cos^2 \frac{x}{2} dx + \int \cos x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + \cos x + c$ B) $x - \cos x + c$ C) $x + \sin x + c$
 D) $x - \sin x + c$ E) $x + \sin 2x + c$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral Alma Kuralları

TEST 3

1. $\int x^5 \cdot d(x^5)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^5 + c$ B) $5x^4 + c$ C) $x^{10} + c$
 D) $\frac{x^{10}}{5} + c$ E) $\frac{x^{10}}{2} + c$

2. $\frac{d}{dx} \left[\int (x^4 - x) dx \right]$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4x^3 - x$ B) $4x^3 - x^2$ C) $x^4 - x$
 D) $x^4 + x$ E) $12x^2 - 1$

3. $\int \sqrt{x} d(\sqrt{x})$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + c$ B) $\sqrt{x} + c$ C) $2\sqrt{x} + c$
 D) $\frac{x}{2} + c$ E) $\frac{\sqrt{x}}{2} + c$

4. $\int \cos^2 x d(\cos x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$ C) $\cos^3 x + c$
 D) $\frac{\cos^2 x}{2} + c$ E) $\frac{\cos^3 x}{2} + c$

5. $\frac{d^2}{dx^2} \left[\int d(\cos^2 x) \right]$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\cos 2x$ B) $2\cos 2x + c$
 C) $2\sin 2x$ D) $-2\sin 2x$
 E) $-2\cos x$

6. $\frac{d}{dx} \left[\int d(\sin^2 x) \right]$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin^2 x$ B) $\cos^2 x$ C) $-2\sin x + c$
 D) $-\sin 2x$ E) $\sin 2x$

7. $f(x) = \int d(x^3 - 2x)$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 17 D) 25 E) 27

8. $\int \frac{d(x^2 - 6x)}{x - 3}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 - 6x + c$ B) $x^2 + c$ C) $-2x + c$
 D) $2x + c$ E) $x + c$

9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her noktada türevli ve
 $f'(x) = 4x + 2$
 $f(2) = 36$
 olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
 A) 20 B) 22 C) 25 D) 27 E) 28

10. $\int \frac{x^6}{f(x)} dx = \frac{x^6}{6} + c$
 olduğuna göre, $f(2) + f^{-1}(-4)$ kaçtır?
 A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

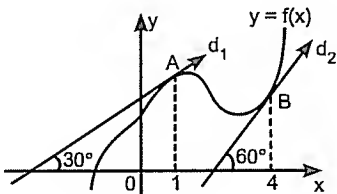
11. $\int 6x^2 d(3x)$
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $3x^2 + c$ B) $3x^3 + c$ C) $9x^2 + c$
 D) $9x^3 + c$ E) $6x^3 + c$

12. $f(x) = 6x - 4$
 $f(2) = 8$
 olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. $\int x \cdot f(x+2) dx = x^3 + 6x^2 + c$
 olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?
 A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

14. $\int (x^4 - 2x^3 + 3x) dx = f(x) + x^2 - 2x + 1$
 olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $\int \frac{d(x^3 + 2x)}{(x^3 + 2x + 3)}$
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\ln|x^3 + 2x| + c$ B) $\ln|x^3 + 2x + 3| + c$
 C) $x^3 + 2x + c$ D) $\ln|2x + 2| + c$
 E) $(x^3 + 2x)^2 + c$

16. 
 Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonuna A noktasında d_1 doğrusu ve B noktasında d_2 doğrusu teğettir.
 Buna göre, $\int_1^4 f''(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral Alma Kuralları

TEST

4

1. f fonksiyonunun türevi
 $f'(x) = 6x^3 + 4x - 2$
 olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) $3x^4 + 2x^2 + x + c$
 B) $\frac{3}{2}x^4 + 2x^2 - 2x + c$
 C) $3x^4 + x^2 - 2x + c$
 D) $\frac{2}{3}x^4 + 2x^2 - x + c$
 E) $\frac{3}{2}x^4 + 2x^2 + 4x + c$

2. $\int xf(x) dx = 4x^3 + 6x^2 + c$
 olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $12x$ B) 12
 C) $x^3 + 2x^2 + 1$ D) $12x^2 + 12x$
 E) $12x + 12$

3. $f(x) = \int d(x^3 + x^2 - 2x + 5)$
 eğrisinin A(1, 4) noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $y = 2x + 2$ B) $y = 5x - 1$ C) $y = -3x + 7$
 D) $y = 3x + 3$ E) $y = 3x + 1$

4. $f''(x) = 36x^2$
 $f'(1) = 6$
 $f(1) = 2$
 olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $3x^4 - 6x + 5$ B) $2x^4 - 8x^2 + 4$
 C) $3x^4 - 4x^2 + 5$ D) $4x^4 - 6x^2 + 4$
 E) $3x^4 - 6x^2 + 6$

5. $\frac{d f(x)}{dx} = 4x^3 + x^2 - x$
 $f(1) = 9$
 olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?
 A) $\frac{26}{3}$ B) $\frac{25}{3}$ C) 8 D) $\frac{22}{3}$ E) 7

6. $\int \cos 2x d(\sin x)$
 integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\cos x - \sin^3 x + c$ B) $\sin x + \sin^3 x + c$
 C) $\sin x + \frac{2}{3} \sin^3 x + c$ D) $\cos x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$
 E) $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$

7. $y = f(x)$ fonksiyonunun A(x, y) noktasındaki teğetinin eğimi $x + 4$ tür.
 B(1, -4) noktası $y = f(x)$ fonksiyonunun üzerinde olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?
 A) 14 B) $\frac{29}{2}$ C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{31}{2}$ E) 16

8. $\int \cos^2 x d(\tan x)$
 integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\tan^2 x + c$ B) $\arctan(\tan x) + c$
 C) $\arctan(\cos x) + c$ D) $-\arctan(\tan x) + c$
 E) $\operatorname{arccot}(\tan x) + c$

9. $f(x) = \int (2x^2 + 4x) dx$ fonksiyonu $A(1, 6)$ noktasından geçtiğine göre, $f(2)$ kaçtır?
- A) 15 B) $\frac{52}{3}$ C) $\frac{50}{3}$ D) 16 E) $\frac{46}{3}$

10. $\int \frac{d(x^3 - 2)}{x^3}$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\ln |x| + c$ B) $\ln |x^3| + c$
C) $\ln |x^3 - 2| + c$ D) $\ln |x^3 - 4| + c$
E) $x + \frac{1}{4x^4} + c$

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $f''(x) = 4$ ve $f(x)$ fonksiyonunun $(1, 2)$ noktasındaki teğetinin eğimi 6 ise, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?
- A) $4x^2 + 2x - 4$ B) $2x^2 + x - 1$
C) $2x^2 + 2x - 2$ D) $x^2 + x$
E) $2x^2 + 4x$

12. $\left(\frac{\pi}{6}, 4\right)$ noktasından geçen $f(x)$ fonksiyonu için $f'(x) = \sin 2x$ ise, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?
- A) 6 B) $\frac{23}{4}$ C) $\frac{11}{2}$ D) 5 E) $\frac{17}{4}$

13. Tanımlı f fonksiyonunun her x noktasındaki teğetinin eğimi, $(6x^3 + 4x - 2)$ dir.
 $y = f(x)$ fonksiyonu $A(-1, 4)$ noktasından geçtiğine göre, $f(1)$ kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

14. $\frac{1}{5} \cdot dy = (x^9 + x^4) \cdot dx$ olduğuna göre, $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $x^9 + x^4 + c$ B) $x^{10} + 2x^5 + c$
C) $\frac{1}{2}(x^{10} + 2x^5) + c$ D) $\frac{1}{2}(x^{10} + x^5) + c$
E) $\frac{x^{10}}{4} + x^5 + c$

15. $\int \frac{x^2 - 2}{x^2} d(x^2 + 2)$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $x^2 + 2\ln |x^2| + c$ B) $x^2 + \ln |x^2| + c$
C) $x^2 - 2\ln |x^2 + 2| + c$ D) $x^2 + x - \ln |x^2| + c$
E) $x^2 - 2\ln |x^2| + c$

16. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f''(x) = 6$ ve $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi -4 tür.
 $f(x)$ fonksiyonu $(-1, 2)$ noktasından geçtiğine göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $3x^2 - 10x - 11$ B) $x^2 + 4x + 5$
C) $2x^2 - 8x - 8$ D) $3x^2 + 10x + 9$
E) $2x^2 - 10x - 10$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Değişken Değiştirme Yöntemi

TEST

5

1. $\int (x+3)^4 dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $(x+3)^4 + c$ B) $4(x+3)^2 + c$
C) $\frac{(x+3)^5}{5} + c$ D) $\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{3} + x + c$
E) $\frac{4}{5}(x+3)^5 + c$

2. $\int 10x(x^2 + 4)^2 dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{(x^2 + 4)^2}{2} + c$ B) $\frac{5}{3}(x^2 + 4)^3 + c$
C) $\frac{1}{4}(x^2 + 4)^2 + c$ D) $\frac{1}{3}(x^2 + 4)^3 + c$
E) $\frac{5}{6}(x^2 + 4)^3 + c$

3. $\int \frac{dx}{3x+7}$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{1}{3x+7} + c$ B) $\frac{x}{3} + c$
C) $3\ln |3x+7| + c$ D) $\ln |3x+7| + c$
E) $\frac{1}{3}\ln |3x+7| + c$

4. $\int \frac{e^x}{e^x - 3} dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\ln |e^x| + c$ B) $\frac{1}{e^x - 3} + c$
C) $x - \frac{3}{e^x - 3} + c$ D) $\ln |e^x - 3| + c$
E) $\ln |e^x - 3| - x + c$

5. $\int 8\sin(3-2x) dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $4\cos(3-2x) + c$ B) $2\cos(3-2x) + c$
C) $-4\cos(3-2x) + c$ D) $8\sin(3-2x) + c$
E) $16\cos(3-2x) + c$

6. $\int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$ integralinin eşiği aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\arctan x + c$ B) $(\arctan x)^2 + c$
C) $\frac{(\arctan x)^2}{2} + c$ D) $\frac{(1+x^2)^2}{2} + c$
E) $\frac{\arctan x}{x} + c$

7. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x} + c$ B) $\sqrt{x^2 + 2} + c$
C) $-\sqrt{x^2 + 2} + c$ D) $2\sqrt{x^2 + 2} + c$
E) $2x + c$

8. $\int (e^x - e^{-x}) dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $e^x - e^{-x} + c$ B) $-e^x + e^{-x} + c$
C) $2e^x + c$ D) $e^x + e^{-x} + c$
E) $-e^x - e^{-x} + c$

9. $\int \tan x \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\ln |\sin x| + c$ B) $\ln |\cos x| + c$
C) $-\ln |\cos x| + c$ D) $-\ln |\sin x| + c$
E) $\sin^2 x + c$

10. $\int \left(2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 \right) dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\sin \frac{x}{2} + c$ B) $\cos \frac{x}{2} + c$
C) $\cos x + c$ D) $\sin x + c$
E) $-\sin x + c$

11. $\int \cos(-3x+1) \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-\frac{1}{3}\cos(-3x+1)+c$ B) $-3\sin(-3x+1)+c$
C) $\sin(-3x+1)+c$ D) $\frac{1}{3}\sin(-3x+1)+c$
E) $-\frac{1}{3}\sin(-3x+1)+c$

12. $\int \sqrt{\cos x} \cdot \sin x \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-\frac{2}{3}(\cos x)^{\frac{3}{2}} + c$ B) $\frac{2}{3}(\sin x)^{\frac{3}{2}} + c$
C) $\frac{2}{3}(\cos x)^{\frac{3}{2}} + c$ D) $-\frac{2}{3}(\sin x)^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\frac{3}{2}(\cos x)^{\frac{3}{2}} + c$

13. $\int (4\sin 2x - 6\cos 3x) \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $4\cos 2x - 6\cos 3x + c$
B) $\cos 2x - 2\sin 3x + c$
C) $2\cos 2x - 2\sin 3x + c$
D) $2\cos 2x + 2\sin 3x + c$
E) $-2\cos 2x - 2\sin 3x + c$

14. $\int \frac{\sin x}{3 + \cos x} \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\ln |\cos x + 3| + c$ B) $-\ln |\cos x + 3| + c$
C) $\sin^2 x + c$ D) $-\ln |\cos x| + c$
E) $\frac{1}{\cos x + 3} + c$

15. $\int 4x(x^2 - 1)^3 \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $(x^2 - 1)^2 + c$ B) $2(x^2 - 1)^4 + c$
C) $\frac{(x^2 - 1)^4}{4} + c$ D) $-\frac{(x^2 - 1)^4}{2} + c$
E) $\frac{(x^2 - 1)^4}{2} + c$

16. $\int 4^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-4^{\cos^2 x} \cdot \ln 4 + c$ B) $4^{\cos^2 x} + c$
C) $-4^{\cos^2 x} + c$ D) $-\frac{4^{\cos^2 x}}{\ln 4} + c$
E) $\frac{4^{\cos^2 x}}{\ln 4} + c$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Değişken Değiştirme Yöntemi

TEST

6

1. $\int e^{-x^4} \cdot 4x^3 \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-e^{-x^4} + c$ B) $e^{-x^4} + c$
C) $-e^{-x^4} + c$ D) $e^{-x^4} + c$
E) $-4e^{-x^4} + c$

2. $\int (3^x - 2^x) \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{3^{x+1}}{\ln 3} - \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + c$ B) $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{2^x}{\ln 2} + c$
C) $3^x \cdot \ln 3 - 2^x \cdot \ln 2 + c$ D) $\frac{2^x}{\ln 2} - \frac{3^x}{\ln 3} + c$
E) $3^{x+1} - 2^{x+1} + c$

3. $\int \tan^2 x \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\tan x + c$ B) $\tan x - x + c$
C) $\tan x + x + c$ D) $\tan x - x^2 + c$
E) $\tan x + x^2 + c$

4. $\int f^5(x) \cdot f'(x) \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $f^5(x) + c$ B) $f(x) + c$
C) $\frac{f^6(x)}{6} + c$ D) $\frac{f^5(x)}{5} + c$
E) $f^6(x) + c$

5. $\int \frac{\tan^2 x + 1}{2(1 + \tan x)} \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{1}{2} \ln |1 + \tan^2 x| + c$ B) $\frac{1}{2} \ln |1 + \tan x| + c$
C) $\ln |1 + \tan x| + c$ D) $\frac{1}{2} \ln |\tan^2 x - 1| + c$
E) $\ln \left| \frac{1}{1 + \tan x} \right| + c$

6. $\int \frac{3}{4x \cos^2(\ln x)} \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{3}{4} \tan(\ln x) + c$ B) $\frac{1}{4} \tan(\ln x) + c$
C) $\frac{1}{2} \tan x + c$ D) $\frac{3}{4} \cot(\ln x) + c$
E) $\frac{3}{4} \cos(\ln x) + c$

7. $\int \frac{\cos(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}} \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $2\sin(\sqrt{x} + 2) + c$ B) $\sin(\sqrt{x} + 2) + c$
C) $\cos(\sqrt{x} + 2) + c$ D) $-2\sin(\sqrt{x} + 2) + c$
E) $\frac{1}{2} \sin(\sqrt{x} + 2) + c$

8. $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-e^{\tan x} + c$ B) $e^{\tan x} + c$
C) $\ln |\cos^2 x| + c$ D) $\frac{e^{\tan x}}{\sin x} + c$
E) $2e^{\tan x} + c$

9. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{\sin^2 x}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{2}(\sin x)^{\frac{4}{3}} + c$ B) $\frac{3}{2}(\sin x)^{\frac{2}{3}} + c$
C) $\frac{3}{2}\sin^2 x + c$ D) $\frac{2}{3}\sin^2 x + c$
E) $\frac{3}{2}(\sin x)^{\frac{3}{2}} + c$

10. $\int \frac{3^x}{1+9^x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\arctan x + c$ B) $\arctan 3^x + c$
C) $\frac{\arctan 3^x}{3} + c$ D) $\frac{\arctan 3^x}{\ln 3} + c$
E) $\ln 3 \cdot \arctan 3^x + c$

11. $\int \frac{d(\sin x)}{\cos x}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln |\cos x| + c$ B) $\ln |\sin x| + c$
C) $x + c$ D) $\arcsin(\cos x) + c$
E) $\arccos(\sin x) + c$

12. $\int \sin x \cdot \tan^2(\cos x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan(\cos x) - \cos x + c$
B) $\sin x - \tan(\cos x) + c$
C) $\cos x + \tan(\cos x) + c$
D) $\sin x + \tan(\cos x) + c$
E) $\cos x - \tan(\cos x) + c$

13. $\int \frac{1}{\cos^2 4x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cot 4x + c$ B) $\tan 4x + c$
C) $\frac{\tan 4x}{4} + c$ D) $4\tan 4x + c$
E) $\frac{\cot 4x}{4} + c$

14. $\int e^x(e^{3x} - 7e^{2x} + 1) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e^{4x} - e^{3x} + e^x + c$
B) $\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{7}{3}e^{3x} + e^x + c$
C) $\frac{1}{4}e^{4x} + \frac{7}{3}e^{3x} + e^x + c$
D) $e^{4x} + e^{3x} + e^x + c$
E) $\frac{1}{4}e^{4x} + \frac{e^{3x}}{3} + e^x + c$

15. $\int \frac{2\cos(\ln x)}{3x} dx$

Integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{2}{3}\sin(\ln x) + c$ B) $2\cos(\ln x) + c$
C) $\sin(\ln x) + c$ D) $\frac{2}{3}\sin(\ln x) + c$
E) $3\sin(\ln x) + c$

16. $\int 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot e^{\cos 2x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{2}e^{\cos 2x} + c$ B) $\frac{1}{2}e^{\cos 2x} + c$
C) $2e^{\cos 2x} + c$ D) $\frac{1}{4}e^{\cos 2x} + c$
E) $-\frac{1}{4}e^{\cos 2x} + c$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Değişken Değiştirme Yöntemi

TEST

7

1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi $[0, 1]$ aralığında integrallenemez?

- A) $f(x) = x^2 - 1$ B) $f(x) = x^4$
C) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ D) $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$
E) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

2. $\int \frac{dx}{x^2+4}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan \frac{x}{2} + c$ B) $2\arctan \frac{x}{2} + c$
C) $\frac{1}{2}\arctan \frac{x}{2} + c$ D) $2\operatorname{arccot} \frac{x}{2} + c$
E) $\frac{1}{2}\operatorname{arccot} \frac{x}{2} + c$

3. $\int \frac{dx}{16+25x^2}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$ B) $\frac{1}{20}\arctan\left(\frac{4x}{5}\right) + c$
C) $\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$ D) $\frac{1}{20}\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$
E) $\frac{1}{10}\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$

4. $\int \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}\arcsin 3x + c$ B) $3\arcsin 3x + c$
C) $\arccos 3x + c$ D) $\arcsin 3x + c$
E) $-\arcsin 3x + c$

5. $\int \frac{dx}{x^2+6x+10}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan x + c$ B) $\arctan(x+3) + c$
C) $\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right) + c$ D) $\arctan\left(\frac{x+3}{3}\right) + c$
E) $\arctan \frac{x}{3} + c$

6. $\int \frac{8x}{1+4x^4} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan(x^2) + c$ B) $\arctan(2x^2) + c$
C) $\frac{1}{2}\arctan(2x^2) + c$ D) $2\arctan(x^2) + c$
E) $2\arctan(2x^2) + c$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-16x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}\arcsin 4x + c$ B) $\frac{1}{4}\arcsin \frac{4x}{5} + c$
C) $\frac{1}{5}\arcsin \frac{5x}{4} + c$ D) $\frac{1}{4}\arcsin \frac{5x}{4} + c$
E) $\frac{1}{4}\arcsin 4x + c$

8. $\int \frac{dx}{x^2+10x+34}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}\arctan \frac{x}{3} + c$ B) $\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$
C) $\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$ D) $3\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$
E) $-\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$

9. $\int \frac{2x+1}{x^2+25} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x^2+25| + \frac{1}{5}\arctan\frac{x}{5} + c$
 B) $\ln|x^2+25| + x + c$
 C) $\ln|x^2+25| + \arctan\frac{x}{5} + c$
 D) $\ln|x^2+25| + 5\arctan\frac{x}{5} + c$
 E) $2\ln|x^2+25| + \frac{1}{5}\arctan\frac{x}{5} + c$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3\arcsin\left(\frac{3x}{2}\right) + c$ B) $\frac{1}{3}\arcsin 3x + c$
 C) $\frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{3x}{2}\right) + c$ D) $3\arcsin 3x + c$
 E) $-\frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{3x}{2}\right) + c$

11. $\int \frac{x}{x^2-4x+5} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln(x^2-4x+5) + c$
 B) $\frac{1}{2}\ln|x^2-4x+5| + 2\arctan(x-2) + c$
 C) $\ln|x^2-4x+5| + \arctan(x-2) + c$
 D) $\frac{1}{2}\ln|x^2-4x+5| - 2\arctan(x-2) + c$
 E) $\ln|x^2-4x+5| + 4\arctan(x-2) + c$

12. $\int \frac{dx}{\sqrt{-2x-x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(x-1)^2 + c$ B) $\arcsin(x+1) + c$
 C) $\arctan(x+1) + c$ D) $\arcsin(x-1) + c$
 E) $\arctan(x+1)^2 + c$

13. $\int \frac{dx}{(x-3)^2+25}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right) + c$
 B) $\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right) + c$
 C) $5\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right) + c$
 D) $5\arctan(x-3) + c$
 E) $-\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right) + c$

14. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+8x-15}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arcsin(4-x) + c$ B) $4\arcsin(x-4) + c$
 C) $\arcsin(x-4) + c$ D) $-\arcsin(x-4) + c$
 E) $4\arcsin(4-x) + c$

15. $\int \frac{3^x \ln 3}{9^x - 2 \cdot 3^x + 2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan 3^x + c$
 B) $\arctan(3^x - 2) + c$
 C) $\arctan(3^x - 1) + c$
 D) $3\arctan(3^x - 1) + c$
 E) $\arctan(3^x + 1) + c$

16. $\int \arcsin x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x \cdot \arcsin x - \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} + c$
 B) $x \cdot \arcsin x + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} + c$
 C) $x \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} + c$
 D) $\arcsin x + \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2} + c$
 E) $x \cdot \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c$

INTEGRAL VE UYGULAMALARI

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi

TEST

8

1. $\int \frac{x+3}{x+6} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + 2\ln|x+6| + c$ B) $x - 3\ln|x+6| + c$
 C) $x - \ln|x+6| + c$ D) $\frac{x^2}{2} - 3\ln|x+6| + c$
 E) $x - 6\ln|x+6| + c$

2. $\int \frac{6x+1}{x(x-2)} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x| + \ln|x-2| + c$
 B) $-\frac{1}{2}\ln|x| + \frac{13}{2}\ln|x-2| + c$
 C) $\frac{1}{2}\ln|x| + \frac{13}{2}\ln|x-2| + c$
 D) $-\frac{1}{2}\ln|x| - \frac{13}{2}\ln|x-2| + c$
 E) $-\frac{1}{4}\ln|x| + \frac{13}{4}\ln|x-2| + c$

3. $\int \frac{x-7}{x^2+x-2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3\ln|x-1| - 2\ln|x+2| + c$
 B) $3\ln|x+2| - \ln|x-1| + c$
 C) $6\ln|x+2| - 2\ln|x-1| + c$
 D) $3\ln|x+2| - 2\ln|x-1| + c$
 E) $3\ln|x+2| + 2\ln|x-1| + c$

4. $\int \frac{2x-3}{x(x+1)(x-2)} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{3}{2}\ln|x| + \frac{5}{3}\ln|x+1| - \frac{1}{6}\ln|x-2| + c$
 B) $\frac{3}{2}\ln|x| + \frac{5}{3}\ln|x+1| + \frac{1}{6}\ln|x-2| + c$
 C) $\frac{3}{2}\ln|x| - \frac{5}{3}\ln|x+1| + \frac{1}{6}\ln|x-2| + c$
 D) $\frac{3}{2}\ln|x| + \frac{5}{3}\ln|x+1| - \frac{1}{6}\ln|x-2| + c$
 E) $\ln|x| + \frac{3}{2}\ln|x+1| + \frac{1}{6}\ln|x-2| + c$

5. $\int \frac{2x+1}{x^2-3x+2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $5\ln|x-1| - 3\ln|x-2| + c$
 B) $6\ln|x-2| - 3\ln|x-1| + c$
 C) $5\ln|x-2| - 2\ln|x-1| + c$
 D) $3\ln|x-2| - \ln|x-1| + c$
 E) $5\ln|x-2| - 3\ln|x-1| + c$

6. $\int \frac{x^3-1}{x^2+x+1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 - x + c$ B) $\frac{x^2}{2} - x + c$ C) $\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + c$
 D) $3x^2 + \frac{x}{2} + c$ E) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + c$

7. $\int \frac{4}{x^2-9} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$ B) $\frac{2}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$ C) $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$
 D) $2\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$ E) $\frac{2}{3}\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right| + c$

8. $\int \frac{x^3}{x+1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| + c$
 B) $\frac{x^3}{3} - x - \ln|x+1| + c$
 C) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + \ln|x+1| + c$
 D) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| + c$
 E) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| + c$

9. $\int \frac{2x+3}{x^2+4} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x^2+4| + \frac{3}{2}\arctan\frac{x}{2} + c$
 B) $\ln|x^2+4| + 3\arctan x + c$
 C) $\ln|x^2+4| + \arctan x + c$
 D) $\frac{1}{2}\arctan\frac{x}{2} + c$
 E) $\frac{3}{2}\arctan\frac{x}{2} + c$

10. $\int \frac{x^2-1}{\sqrt{x+1}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} - x + c$
 B) $\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} - x + c$
 C) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - x^2 - x + c$
 D) $\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{4} + x + c$
 E) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{x^2}{2} + x + c$

11. $\int \frac{x+3}{x^2+4x+4} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x+2| + \frac{2}{x+2} + c$ B) $\ln|x+2| - \frac{4}{x+2} + c$
 C) $\ln|x+2| + \frac{1}{x+2} + c$ D) $\ln|x+2| - \frac{1}{x+2} + c$
 E) $\ln|x+2| - \frac{3}{x+2} + c$

12. $\int \frac{e^x}{e^{2x}+2e^x-3} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right| + c$ B) $-\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right| + c$
 C) $-\frac{1}{4}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right| + c$ D) $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right| + c$
 E) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right| + c$

13. $\int \frac{x^2-4}{x^2+1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - 2\arctan x + c$ B) $2x - \arctan x + c$
 C) $\ln|x^2+1| + c$ D) $x + 5\arctan x + c$
 E) $x - 5\arctan x + c$

14. $\int \frac{3x^2+10x-24}{x^3-2x^2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\ln|x-12| + \ln|x| - x + c$
 B) $\ln|x-12| + \ln|x| - \frac{x}{2} + c$
 C) $2\ln|x-2| + \ln|x| - \frac{12}{x} + c$
 D) $\ln|x-2| + \ln|x| - \frac{6}{x} + c$
 E) $2\ln|x-2| + \ln|x| - \frac{6}{x} + c$

15. $\int \frac{1}{1+3^x} dx + \int \frac{-9^x}{3^x+1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3^x+1}{\ln 3} + c$ B) $\frac{3^x}{\ln 3} - 1 + c$ C) $3^x - x + c$
 D) $x - \frac{3^x}{\ln 3} + c$ E) $\frac{x^2}{3} + x + c$

16. $\int \frac{x}{x^2-1} dx + \int \frac{2}{x^2-4} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x^2-1| + \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + c$
 B) $2(\ln|x^2-1| + \ln|x^2-4|) + c$
 C) $\frac{1}{4}\left(\ln|x^2-1| + \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right) + c$
 D) $2\left(\ln|x^2-1| + \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right) + c$
 E) $\frac{1}{2}\left(\ln|x^2-1| + \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right) + c$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Trigonometrik Özdeşlikler Yardımıyla İntegral Alma

TEST

9

1. $\int \sin^3 x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{\cos^3 x}{3} + \cos x + c$ B) $\frac{\sin^3 x}{3} - \sin x + c$
 C) $\frac{\cos^2 x}{2} - \cos x + c$ D) $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c$
 E) $\frac{\cos^3 x}{3} + \cos x + c$

2. $\int \sin^2 x \cdot \sin 2x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sin^4 x}{2} + c$ B) $\frac{\sin^2 x}{2} + c$ C) $\sin^4 x + c$
 D) $\frac{\cos^4 x}{4} + c$ E) $\frac{\sin^4 x}{4} + c$

3. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x - \cot x + c$ B) $\tan x + \cot x + c$
 C) $\cot x - \tan x + c$ D) $-\tan x - \cot x + c$
 E) $\tan x - \sec x + c$

4. $\int \sin 4x \cdot \cos 4x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{16}\cos 8x + c$ B) $-\frac{1}{16}\cos 8x + c$
 C) $\frac{1}{8}\cos 8x + c$ D) $-\frac{1}{16}\sin 8x + c$
 E) $-16\cos 8x + c$

5. $\int (1 + \cos 2x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sin 2x}{2} - x + c$ B) $-\frac{\sin 2x}{2} + x + c$
 C) $\frac{\cos 2x}{2} + x + c$ D) $\sin 2x + x + c$
 E) $\frac{\sin 2x}{2} + x + c$

6. $\int (\cos 5x \cdot \cos 2x + \sin 5x \cdot \sin 2x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}\sin 3x + c$ B) $\frac{1}{3}\cos 3x + c$
 C) $\frac{1}{7}\sin 7x + c$ D) $-\frac{1}{7}\cos 7x + c$
 E) $-\frac{1}{3}\sin 3x + c$

7. $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{16}\sin 4x + c$ B) $\frac{x}{16} - \frac{1}{16}\sin 4x + c$
 C) $\frac{x}{8} - \frac{1}{32}\sin 4x + c$ D) $\frac{x}{8} + \frac{1}{32}\sin 4x + c$
 E) $\frac{x}{16} - \frac{1}{32}\sin 4x + c$

8. $\int \frac{\sin 2x + \sin 5x + \sin 8x}{\cos 2x + \cos 5x + \cos 8x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}\ln|\cos 5x| + c$ B) $5\ln|\cos 5x| + c$
 C) $-\ln|\cos 5x| + c$ D) $5\ln|\sin 5x| + c$
 E) $-\frac{1}{5}\ln|\cos 5x| + c$

9. $\int \sqrt{1-\sin 3x} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\sqrt{1-\sin 3x} + c$ B) $\frac{2}{3}\sqrt{1-\sin 3x} + c$
C) $\frac{1}{3}\sqrt{1+\sin 3x} + c$ D) $\sqrt{1+\sin 3x} + c$
E) $\frac{2}{3}\sqrt{1+\sin 3x} + c$

10. $\int (\sin 4x \cdot \cos 2x) dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\cos 6x + \cos 2x\right) + c$
B) $-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\cos 6x + \cos 2x\right) + c$
C) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\cos 6x + \cos 2x\right) + c$
D) $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\cos 6x + \cos 2x\right) + c$
E) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\cos 6x - \cos 2x\right) + c$

11. $\int \sin^2 x d(\cot x)$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\operatorname{arccot}(\cot x) + c$ B) $\arctan x + c$
C) $\arctan(\cot x) + c$ D) $\frac{1}{\sin x} + c$
E) $\frac{1}{2\sin x} + c$

12. $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c$
C) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + c$ D) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$
E) $\frac{\sin^5 x}{5} + \frac{\sin^3 x}{3} + c$

13. $\int (\tan^2 x - 2) dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\tan x - 3x + c$ B) $\tan x + 3x + c$
C) $\frac{\tan^2 x}{2} - 3x + c$ D) $-\tan x + 3x + c$
E) $-\tan x - 3x + c$

14. $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$ B) $\frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^5 x}{5} + c$
C) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$ D) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$
E) $\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + c$

15. $\int \sec^3 x \cdot \tan x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{1}{3\cos^4 x} + c$ B) $\frac{1}{3\cos^3 x} + c$
C) $\frac{1}{3\cos^3 x} + c$ D) $\frac{1}{\cos^3 x} + c$
E) $\frac{1}{2\cos^3 x} + c$

16. $\int \sqrt{1-\cos 2x} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\sqrt{2} \sin x + c$ B) $\sqrt{2} \cos x + c$
C) $-\sqrt{2} \cos x + c$ D) $-\sqrt{2} \sin x + c$
E) $-\cos x + c$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Kısmi İntegrasyon Yöntemi

TEST
10

1. $\int x \cdot \cos 2x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $2x \cdot \sin 2x - \cos 2x + c$
B) $\frac{x}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$
C) $-2x \cdot \sin 2x + \cos 2x + c$
D) $\sin 2x + \cos 2x + c$
E) $\frac{x}{2} \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + c$

2. $\int \arccos x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\arccos x \cdot x - \sqrt{1-x^2} + c$
B) $\arccos x - \sqrt{1-x^2} + c$
C) $\arccos x \cdot x + \sqrt{1-x^2} + c$
D) $\arccos x + \sqrt{1-x^2} + c$
E) $-\arccos x \cdot x - \sqrt{1-x^2} + c$

3. $\int \ln x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\ln x + c$ B) $\ln x - x + c$
C) $x \ln x - x + c$ D) $\ln x + x + c$
E) $1 - \ln x + c$

4. $\int \ln(x+2) dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\ln(x+2) \cdot (x+2) + c$
B) $\ln(x+2) - x + c$
C) $\ln(x+2) + c$
D) $\ln(x+2) \cdot (x+2) + (x+2) + c$
E) $\ln(x+2) \cdot (x+2) - x + c$

5. $\int x \cdot \sin x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-x \cos x - \sin x + c$
B) $\cos x - \sin x + c$
C) $x \cos x + \sin x + c$
D) $-x \cos x + \sin x + c$
E) $x \cos x - \sin x + c$

6. $\int \ln(4-x) dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\ln|x-4| \cdot (x+4) - x + c$
B) $\ln|x-4| \cdot (x-4) - x + c$
C) $\ln|x-4| - x + c$
D) $\ln|x-4| \cdot (x-4) + c$
E) $\ln|x-4| \cdot (x-4) + x + c$

7. $\int x^3 \cdot e^x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $e^x(x^2 - 3x + 2) + c$
B) $e^x(x^3 - 2x^2 - x + 6) + c$
C) $e^x(x^3 - 3x^2 - 6x + 6) + c$
D) $-e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$
E) $e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

8. $\int x^2 \cdot \cos x dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $x \sin x - 2 \cos x - \sin x + c$
B) $x^2 \sin x + 2x \cos x + 2 \sin x + c$
C) $x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + c$
D) $x^2 \cos x + 2x \sin x - \cos x + c$
E) $x^2 \sin x + 2x \cos x + 4 \sin x + c$

9. $\int e^x \cdot \sin x \, dx$
İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}(-e^x \cdot \cos x + e^x \cdot \sin x) + c$
B) $e^x \cos x - e^x \cdot \sin x + c$
C) $-2e^x \cos x + e^x \cdot \sin x + c$
D) $\frac{1}{2}(e^x \cdot \cos x - e^x \cdot \sin x) + c$
E) $\frac{1}{2}(-e^x \cdot \cos x - e^x \cdot \sin x) + c$

10. $\int e^{\ln(x^2+x)} \, dx$
İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^{x^2+x} + c$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$ C) $x^2 + x + c$
D) $3x^2 + 2x + c$ E) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c$

11. $\int (2x+1) \cdot \sin x \, dx$
İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\cos x(2x+1) - 2\sin x + c$
B) $\cos x(2x+1) - \sin x + c$
C) $-\cos x + \sin(2x+1) + c$
D) $-\cos x(2x+1) + 2\sin x + c$
E) $\cos x(2x+1) + 2\sin x + c$

12. $\int e^{2x} \cdot \sin 4x \, dx$
İntegralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x + \frac{1}{10}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$
B) $e^{2x} \cdot \cos 4x + e^{2x} \cdot \sin 4x + c$
C) $-\frac{2}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x - \frac{1}{2}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$
D) $\frac{1}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x + \frac{1}{10}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$
E) $-\frac{2}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x + \frac{1}{4}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$

13. $\int \frac{dx}{4x \cdot \ln x}$
İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln |\ln x| + c$ B) $\frac{1}{4} \ln |\ln x| + c$
C) $2 \ln |\ln x| + c$ D) $-\frac{1}{4} \ln |\ln x| + c$
E) $\frac{1}{2} \ln |\ln x| + c$

14. $\int 4x \cdot \tan^2(2x^2) \, dx$
İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan^2(2x^2) - 4x + c$
B) $\tan^2(2x^2) + 4x + c$
C) $\tan(2x^2) + 2x^2 + c$
D) $\tan(2x^2) - 2x^2 + c$
E) $\tan(2x^2) - 4x + c$

15. $\int x e^x \, dx$
İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x e^x + e^x + c$ B) $-x e^x + e^x + c$
C) $-x e^x - e^x + c$ D) $x e^x + c$
E) $x e^x - e^x + c$

16. $\int e^{-x} \cdot \sin x \, dx$
İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-e^{-x}(\cos x + \sin x) + c$
B) $-e^{-x}(\sin x - \cos x) + c$
C) $-2e^{-x}(\cos x + \sin x) + c$
D) $-\frac{1}{2}e^{-x}(\cos x + \sin x) + c$
E) $-\frac{1}{2}e^{-x}(\cos x - \sin x) + c$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST

11

1. $\int_a^b (2x-1) \, dx = 36$
 $a + b = 10$

olduğuna göre, $b - a$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\int_{-1}^a (x-a) \, dx = 4a - \frac{57}{2}$
olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 3 E) 4

3. $\int_2^3 (ax^2 - 1) \, dx = 37$
olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

4. $\int_m^n (2x+4) \, dx = 40$
 $\int_m^n dx = 8$

olduğuna göre, $m + n$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 8

5. $\int_0^3 x a \, dx - \int_0^3 x a \, da$

İntegralinin değeri kaçtır?

- A) $9(x-a)$ B) $4(x-a)$ C) $\frac{9}{2}(x-a)$
D) $\frac{9}{4}(a-x)$ E) $\frac{9}{2}(a-x)$

6. $f(x) = 3x + 1$
 $g(x) = x^2 + 4$

olduğuna göre, $\int_{-1}^3 [f(x) - g(x)] \, dx$ İntegralinin değeri kaçtır?

- A) -10 B) $-\frac{29}{3}$ C) $-\frac{28}{3}$ D) $-\frac{25}{3}$ E) -8

7. $f(x) = 3x - 4$
 $g(x) = -2x + 1$

olduğuna göre, $\int_1^2 (f \circ g)(x) \, dx$ İntegralinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

8. $\int_0^1 (ax + 2b) \, dx = 36$
 $\int_a^b dx = 8$

olduğuna göre, $a + b$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

9. $f(x) = 6x^2 + 2x - 1$
 $g(x) = \begin{cases} x+1, & x > 1 \\ x-1, & x \leq 1 \end{cases}$
 olduğuna göre, $\int_0^3 (f+g)(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{145}{2}$ B) 70 C) $\frac{131}{2}$
 D) 67 E) $\frac{127}{2}$

10. $\int_0^1 (x^{m+2} - x^{m+3}) dx = \frac{1}{72}$
 olduğuna göre, m kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11. $k \neq 0$ olmak üzere,
 $\left(\int_{-k}^k dx \right)^2 = \int_{-k}^k 2x^2 dx$
 olduğuna göre, k kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

12. $\int_3^5 \frac{dx}{x^2}$
 integralinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

13. $\int_{\ln 3}^{\ln 6} e^{x+2} dx$
 integralinin değeri kaçtır?
 A) e^2 B) $2e^2$ C) $3e^2$ D) $3e$ E) 3

14. $\int_2^{\frac{2}{x}} \frac{dt}{t} = \ln 32$
 olduğuna göre, x değeri kaçtır?
 A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{1}{128}$

15. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - f(x)}{2x - 4} = \frac{1}{4}$
 $f(x) = \int (ax - 2) dx$
 olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?
 A) $\frac{35}{3}$ B) $\frac{71}{6}$ C) 12 D) $\frac{73}{8}$ E) $\frac{71}{8}$

16. $\int_5^{17} f(x) dx = 48$
 olduğuna göre, $\int_2^6 f(3x - 1) dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) 48 B) 36 C) 24 D) 16 E) 12

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST
12

1. $\int_0^2 (x^2 - e^x) dx$
 integralinin değeri kaçtır?
 A) $4 - e$ B) $\frac{8}{3} - e^2$ C) $\frac{10}{3} + e$
 D) $\frac{5}{3} - e^2$ E) $\frac{11}{3} - e^2$

2. $\int_{\ln 3}^{\ln 4} e^{4x} dx$
 integralinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{175}{4}$ B) $\frac{173}{4}$ C) 41 D) $\frac{161}{4}$ E) 40

3. $\int_{-3}^3 \frac{dx}{x^2 + 9}$
 integralinin değeri kaçtır?
 A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

4. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$
 integralinin değeri kaçtır?
 A) $-\pi$ B) $-\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{4}$

5. $\int_0^4 \frac{dx}{16 + x^2}$
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{16}$

6. $\int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\ln \frac{3}{2}$ B) $\ln 3$ C) $\ln 2$ D) $\ln \frac{5}{2}$ E) $2 \ln 2$

7. $\int_0^{\sqrt{3}} 4x\sqrt{3-x^2} dx$
 integralinin eşiti kaçtır?
 A) $6\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

8. $\int_0^1 (12x - 8)(6x^2 - 8x + 3)^2 dx$
 integralinin eşiti kaçtır?
 A) $-\frac{26}{3}$ B) -8 C) $-\frac{22}{3}$ D) -7 E) $-\frac{19}{3}$

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $-\frac{\pi}{2}$ E) $-\frac{\pi}{4}$

13. $\int_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e^4}} \frac{dx}{2x(\ln x)^2}$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

10. $\int_1^2 \frac{e^{\ln x}}{2x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

14. $\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{18}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{10}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{3}$

11. $\int_0^1 x \cdot e^{x^2+2} dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e^2 - e$ B) $e^3 - e^2$ C) $\frac{1}{4}(e^2 - e)$
D) $\frac{1}{2}(e^3 + e^2)$ E) $\frac{1}{2}(e^3 - e^2)$

15. $9 \cdot \int_0^2 \sqrt{1+t^3} \cdot t^2 dt$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 52 B) 50 C) 48 D) 46 E) 44

12. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^{\sin x} \cdot \cos x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) e B) 1 C) e^2 D) $e+1$ E) $1-e$

16. $\int_3^4 \frac{2}{x+4} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\ln \frac{5}{2}$ B) $\ln \frac{3}{2}$ C) $2 \ln \frac{8}{7}$
D) $4 \ln \frac{8}{7}$ E) $2 \ln \frac{5}{7}$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST

13

1. $\int_2^{e+1} \frac{x+2}{x-1} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $e+4$ B) e C) 4 D) $e+2$ E) 3

2. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{(2+\sin x)^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{10}$

3. $\int_0^{\sqrt{3}} 2x^3 \cdot \sqrt{x^2+1} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{118}{15}$ B) $\frac{116}{15}$ C) $\frac{112}{15}$ D) $\frac{106}{15}$ E) $\frac{98}{15}$

4. $\int_0^1 2x^2 \cdot e^{x^3+1} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $2e^3 - e$ B) $\frac{2}{3}(e^2 - e)$ C) $e^3 - 1$
D) $\frac{1}{3}(e^3 - e)$ E) $\frac{2}{3}(e-1)$

5. $\int_0^{\ln k} (e^x + 64e^{-x}) dx = 63$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sec^2 x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

7. $\int_e^{e^4} \left[\frac{d}{dx} (\ln x) \right] dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) e^4 E) e^3

8. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x d(\sin x)$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

9. $\int_2^4 d(x^2 + x)$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

10. $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

olduğuna göre, $\int_1^4 d(f(x))$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 1 E) $\frac{6}{5}$

11. $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$

olduğuna göre, $\int_4^5 d(f^{-1}(x))$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

12. $\frac{d}{dx} \int_3^5 (x^5 + x^3 + x) dx$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\frac{13}{2}$ B) $\frac{11}{2}$ C) 5 D) 2 E) 0

13. $\int_0^1 \frac{d(x^2 + 2)}{x^2 + 3}$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\ln \frac{2}{3}$ B) $\ln 3$ C) $\ln \frac{4}{3}$
D) $\ln \frac{1}{3}$ E) $\ln \frac{4}{5}$

14. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} d(\cos x)$

integralinin değeri kaçtır?

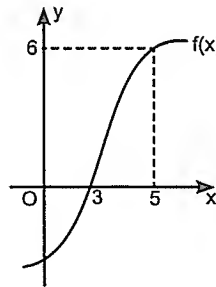
- A) $1 - \sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
D) $\sqrt{3}+1$ E) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

15. Yanda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_3^5 f'(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12



16. $R \rightarrow R$ ye sürekli bir $f(x)$ fonksiyonu için

$$\int_2^4 f'(x) \cdot f''(x) dx = -16 \text{ dir.}$$

$f(x)$ fonksiyonunun $x=4$ noktasındaki teğetinin eğimi 2 ise, $x=2$ noktasındaki teğetinin eğimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST
14

1. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos 2x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$

integralinin eşiti kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4} + \sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi^2}{4}$ B) $\frac{3\pi^2}{4}$ C) $\frac{\pi}{10}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{6}$

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

6. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

7. $0 < k \leq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^k (\sin x - \cos x) dx = -\sqrt{2} - 1$$

olduğuna göre, k nedir?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

8. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin x \cdot \cos y dx = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

olduğuna göre, y dar açısı kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

9. $f(x) = \int \frac{1 + \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$ integrali için $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ ise $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?
- A) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{4-\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$
D) $\frac{4+\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$

10. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 - \cos 8x} dx$ integralinin eşiti kaçtır?
- A) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{12}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

11. $f(x) = \sin x - \cos x$
 $g(x) = \sin x + \cos x$
olduğuna göre, $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (f \cdot g)(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) $-\sqrt{3}$ B) $\frac{-3\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

12. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} 4 \cos 5x \cdot \cos x dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin 2x} dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\int_e^{e^2} \ln x dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) $e^2 - 1$ B) $e^2 - e$ C) $e^2 + e$ D) e^2 E) $2e^2$

15. $\int_1^e x \ln x dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) $2e^2$ B) $\frac{3e^2}{2}$ C) $e^2 + 1$
D) $\frac{e^2 + 1}{2}$ E) $\frac{e^2 + 1}{4}$

16. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{\sqrt{3}\pi - 1}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}\pi - 3}{6}$ C) $\frac{\pi - 1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}\pi + 1}{6}$ E) $\frac{\sqrt{2}\pi - 1}{6}$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali

TEST

15

1. $\int_0^4 |x - 3| dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $\int_1^3 |x^2 + 1| dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) $\frac{32}{3}$ E) $\frac{35}{3}$

3. $\int_{-1}^3 (|x| + |x - 3|) dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

4. $\int_0^3 (|x| + |x - 1|) dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

5. $\int_0^{\pi} (\sin x + |\cos x|) dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

6. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- A) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\sin x| dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$
B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x| dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
C) $\int_0^{\pi} |\cos x| dx = \int_0^{\pi} \cos x dx$
D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$
E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\tan x| dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \tan x dx$

7. $\int_4^6 |x - 3| dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $\int_{-1}^2 \left(\frac{|x|}{x} + 1 \right) dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $\int_{-4}^{-2} |x-2| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

10. $\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} (\cos x + |\cos x|) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

11. $\int_{\pi}^{2\pi} |\sin x| dx$

integralinin eşiti kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

12. $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} (|\sin x| - \cos x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

13. $\int_2^4 |x^2 - 3x + 2| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) 4 E) 3

14. $f(x) = \int \frac{|x-4|}{x+2} dx$

olduğuna göre, $f'(-4) + f'(6)$ kaçtır?

- A) -4 B) $-\frac{15}{4}$ C) $-\frac{7}{2}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{17}{4}$

15. $\int_0^{\pi} (|\cos x| - |\sin x|) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (\sin x + |\cos x|) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Dönüşüm

TEST 16

1. $\int_1^2 \frac{e^{2x} + 1}{e^x - 1} dx$

integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^{\frac{e^2}{e}} \frac{t^2}{t^2-1} dt$ B) $\int_1^2 \frac{t^2-1}{t} dt$ C) $\int_1^e \frac{t^2}{t^2-1} dt$
D) $\int_0^{\frac{e^2}{e}} \frac{t^2+1}{t^2-t} dt$ E) $\int_0^{\frac{e^2}{e}} \frac{t^2+1}{t-1} dt$

2. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

integralinde $x = 2\sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^2 4\cos^2 t dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t dt$ C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$
D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\sin^2 t dt$ E) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt$

3. $\int_1^{256} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}+1} dx$

integralinde $x = t^8$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^2 \frac{t^{11}}{t^2+1} dt$ B) $\int_1^2 \frac{t^4}{t^2+1} dt$ C) $\int_1^2 \frac{4t^{11}}{t^2+1} dt$
D) $\int_1^2 \frac{8t^7}{t^2+1} dt$ E) $\int_1^2 \frac{8t^{11}}{t^2+1} dt$

4. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$

integralinde $x = 3\cos t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin^2 t dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -9\sin^2 t dt$
C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -9\sin^2 t dt$ D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 9\cos^2 t dt$
E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -3\sin^2 t dt$

5. $\int_4^9 \frac{x^2+1}{x} dx$

integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_2^3 \frac{u^4+1}{u} du$ B) $\int_4^9 \frac{u^4+1}{u} du$
C) $\int_2^3 \frac{2(u^4+1)}{u^2} du$ D) $\int_4^9 \frac{2(u^4+1)}{u} du$
E) $\int_2^3 \frac{2(u^4+1)}{u} du$

6. $\int_1^3 \frac{2x+1}{x-3} dx$

integralinde $t = x+2$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_3^5 \frac{2t-3}{t-4} dt$ B) $\int_1^3 \frac{t-3}{t-5} dt$ C) $\int_3^5 \frac{2t-1}{t-4} dt$
D) $\int_3^5 \frac{2t-3}{t-5} dt$ E) $\int_1^3 \frac{2t-3}{t-5} dt$

7. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$

integralinde $t = \sin x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 t^3 dt$ B) $\int_1^{\frac{1}{2}} -t^2 dt$ C) $\int_{\frac{1}{2}}^1 t^3 dt$
D) $\int_{\frac{1}{2}}^1 t^2 dt$ E) $\int_{\frac{1}{2}}^1 (t^3+1) dt$

8. $\int_{\ln 4}^{\ln 6} (e^{3x} - e^{2x}) dx$

integralinde $t = e^x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_4^6 (t^2 - t) dt$ B) $\int_4^6 (t-1) dt$ C) $\int_{\ln 4}^{\ln 6} (t-1) dt$
D) $\int_4^6 (t^3 - t^2) dt$ E) $\int_{\ln 4}^{\ln 6} (t^2 - t) dt$

9.

$$\int_0^2 \frac{d(\ln x)}{2+x}$$

integralinde $t = \ln x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^2 \frac{dt}{2+e}$ B) $\int_1^2 \frac{dt}{1+e^2}$ C) $\int_0^2 \frac{dt}{2+e^t}$
D) $\int_0^2 \frac{dt}{2+e^t}$ E) $\int_1^2 \frac{dt}{2+e^t}$

10.

$$\int_{25}^{36} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

integralinde $x = t^2$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_5^6 \frac{t^3}{t+1} dt$ B) $\int_5^6 \frac{2t^3}{t+1} dt$ C) $\int_5^6 \frac{t^2}{t+1} dt$
D) $\int_{25}^{36} \frac{t^3}{t+1} dt$ E) $\int_{25}^{36} \frac{2t^3}{t+1} dt$

11.

$$\int_2^4 3x d\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$$

integralinde $t = \frac{x+1}{x+2}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \frac{3(2t-1)}{1-t} dt$ B) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{6}} \frac{2(2t-1)}{1-t} dt$
C) $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2t+1}{t-2}\right) dt$ D) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2t+1}{t-1}\right) dt$
E) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{6}} \frac{3(2t-1)}{1-t} dt$

12.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos^3 x dx$$

integralinde $t = \sin x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t^2+1) dt$ B) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t^2-1) dt$
C) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t^2-1) dt$ D) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t+1) dt$
E) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{1}{2}} (t^2+1) dt$

13.

$$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}}$$

integralinde $x = \cos t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\cos^2 t)}{\cos t}$ B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{d(\sin^2 t)}{\sin t}$ C) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\cos^2 t)}{\sin t}$
D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{d(\sin^2 t)}{\sin^2 t}$ E) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\sin^2 t)}{\sin t}$

14.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$$

integralinde $t = \tan \frac{x}{2}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} t dt$ B) $\int_1^{\frac{\sqrt{3}}{2}} t dt$ C) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 \cos t dt$
D) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin t dt$ E) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^1 dt$

15.

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin(\arccos x) dx$$

integralinde $t = \arccos x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos^2 t dt$
D) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos t dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt$

16.

$$\int_2^{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{x^2\sqrt{4+x^2}}$$

integralinde $x = 2\tan t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \cot t dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{4\sin^2 t} dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt$
D) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{2\sin^2 t} dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{\sin^2 t} dt$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral İşareti Altında Türev Alma

TEST

17

1.

$$F(x) = \int_{x^2}^x (t^2 - t) dt$$

olduğuna göre, $F'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^8 + 4x^5 - x^3$ B) $3x^8 - 5x^5 + 2x^3$
C) $3x^8 + 5x^5 - 2x^3$ D) $2x^7 - 3x^4 + 2x^2$
E) $4x^7 - 5x^5 - 2x^3$

2.

$$\frac{d}{du} \left(\int_0^{4u^2} \cos 2x dx \right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\sin(4u^2) \cdot 4u^2$ B) $\cos(8u^2) \cdot 8u$
C) $\cos(4u^2) \cdot 4u^2$ D) $\cos 8u^2$
E) $\cos(8u^2) \cdot 4u^2$

3.

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{\cos x}^1 u^3 du \right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\cos^3 x \cdot \sin x$ B) $\sin^3 x \cdot \cos x$
C) $-\cos^3 x \cdot \cos x$ D) $-\sin^3 x \cdot \cos x$
E) $\cos^3 x \cdot \cos x$

4.

$$f(x) = \int_0^{\sin x} t dt$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5.

$$f(x) = \int_{x^2}^x e^{2t} dt$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) e B) $2e$ C) $e^2 - 1$ D) $e^2 + 2$ E) e^2

6.

$$F(x) = \int_{2x}^x (t^2 - 2t) dt$$

olduğuna göre, $F'(-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -11 B) -10 C) -9 D) -8 E) -7

7.

$$F(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} u du$$

olduğuna göre, $F'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\sqrt{3}$

8.

$$f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} \log_4 t dt$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

9. $F(x) = \int_2^{\ln x^2} e^{3t} dt$
olduğuna göre, $F'(e)$ kaçtır?
A) $2e^5$ B) e^5 C) $2e^6$ D) $6e$ E) $12e$

10. $\frac{d^2}{dx^2} \left(\int_1^{4x} \cos u du \right)$
ifadesinin eşiti nedir?
A) $-64\sin 4x$ B) $-16\cos 4x$ C) $4\cos 4x$
D) $16\sin 4x$ E) $-16\sin 4x$

11. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\frac{d}{dt} \left(\int_0^t \sin 4x dx \right) \right] dt$
integralinin değeri kaçtır?
A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

12. $f(x) = \int_x^{x^4+1} (t+2) dt$
olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?
A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

13. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun her noktasında teğetinin eğimi, o noktanın apsisinin kübünden 6 fazladır.
 $f(0) = 8$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?
A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{11}{4}$ D) 3 E) $\frac{13}{4}$

14. $\frac{d^{15}}{dx^{15}} \left[\int_2^{x^3} (t^4 + 1) dt \right]$
integralinin değeri kaçtır?
A) 0 B) $3 \cdot 13!$ C) $14!$ D) $3 \cdot 14!$ E) $14!$

15. $\frac{d^{11}}{dx^{11}} \int_1^x (t^2 + t + 1) dt$
ifadesinin değeri kaçtır?
A) $x^2 + x + 1$ B) $x^2 + x$ C) $2x + 1$
D) 2 E) 0

16. $\int_0^2 \frac{d^3}{dx^3} \left(\int_x^{x^2} t^2 dt \right) dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) 140 B) 144 C) 148 D) 152 E) 156

1. $f(x) = \int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} \frac{2}{1+x^2} dx$
şeklinde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu için $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{3}$

2. $f(-1) = 2$ ve $f(2) = 3$ olduğuna göre,
 $\int_{-1}^2 f^4(x) \cdot f'(x) dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) $\frac{211}{5}$ B) 42 C) $\frac{208}{5}$
D) 41 E) $\frac{203}{5}$

3. $a < b < c$ olmak üzere,
 $\int_a^b 2f(x) dx = 12$ ve $\int_c^b 3f(x) dx = 21$
olduğuna göre, $\int_a^c 5f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) -3 B) -5 C) -6 D) -8 E) -10

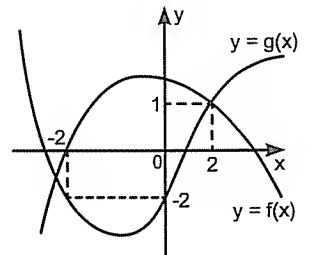
4. $y = f(x)$ tek fonksiyondur.
 $\int_{-8}^0 f(x) dx = 6$
olduğuna göre, $\int_{-8}^8 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) -12 B) -6 C) 0 D) 6 E) 12

5. $y = f(x)$ çift fonksiyondur.
 $\int_{-3}^0 f(x) dx = 5$
olduğuna göre, $\int_3^{-3} f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

6. $f(-x) + f(x) = 0$ olduğuna göre,
 $\int_{-7}^7 f(x) dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) -14 B) -7 C) 0 D) 7 E) 14

7. $y = f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyondur.
 $\int_{-8}^4 f(x) dx = -10$ ve $\int_{-4}^0 f(x) dx = -6$
olduğuna göre, $\int_0^8 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) -16 B) -8 C) 0 D) 8 E) 16

8. Şekilde grafiği verilen R de türevli iki fonksiyon f ve g dir. Buna göre,



- $\int_{-2}^2 \frac{f'(x)}{g(x)} dx - \int_{-2}^2 \frac{g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)} dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

9. $y = f(x)$ fonksiyonunun $A(-2, 2)$ ve $B(1, 3)$ noktalarındaki teğetlerin eğimleri sırası ile (-4) ve 6 dir.

Buna göre, $\int_{-2}^1 d(f(x) + f'(x))$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

10. $f(n) = \sqrt{3}$ ve $f(m) = 1$ olduğuna göre,

$$\int_m^n \frac{4f'(x)}{1+f^2(x)} dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

11. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_0^4 [f'(x) + 2x - 1] dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

$$12. f(x) = \int (8x^3 + 2x) dx$$

fonksiyonu $A(1, 4)$ noktasından geçtiğine göre, $f(-2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 37 B) 35 C) 33 D) 31 E) 29

13. Yanda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile

$x = -2$ ve $x = 4$

noktalarındaki

teğetleri çizilmiştir.

Buna göre, $\int_{-2}^4 f'(x) \cdot f''(x) dx + \int_{-2}^4 f'(x) dx$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{9}{4}$ C) -2 D) $-\frac{7}{4}$ E) $-\frac{3}{2}$

$$14. f(x) = \int_0^x (4t + 1) dt$$

şeklinde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu için

$\int_1^3 \frac{f(u)}{u} du$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

15. $y = f(x)$ fonksiyonunun $A(-1, 2)$ ve $B(2, 4)$ noktalarındaki teğetlerinin eğimleri sırası ile (-3) ve 5 dir.

Buna göre, $\int_{-1}^2 (f'(x) + f''(x)) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

16. Şekilde grafiği verilen R de türevli iki fonksiyon f ve g dir.

Buna göre, $\int_{-3}^2 f'(x) \cdot g(x) \cdot dx + \int_{-3}^2 f(x) \cdot g'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -8

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı

TEST

19

1. Şekilde, $x = 5$ ve $y = x - 2$ doğrularının grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $\int_0^5 (x-2) dx$ B) $\int_2^5 (x-7) dx$ C) $\int_2^5 (x-2) dx$
D) $\int_0^5 (x-7) dx$ E) $\int_{-2}^5 (x-2) dx$

2. Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $\int_{-2}^4 (f(x) - x) dx$ B) $\int_{-2}^4 (x - f(x)) dx$
C) $\int_{-2}^4 -f(x) dx$ D) $\int_{-2}^4 f(x) dx$
E) $\int_{-2}^4 xf(x) dx$

3. Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integralerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $\int_0^6 (x^2 - 6x) dx$ B) $\int_6^0 (6x - x^2) dx$
C) $\int_0^6 \left(\frac{-2x^2}{3} - 4x \right) dx$ D) $\int_{-6}^0 \left(4x - \frac{2x^2}{3} \right) dx$
E) $\int_0^6 \left(4x - \frac{2x^2}{3} \right) dx$

4. Şekilde, $y = f(x)$ parabolü ile $y = 4x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $\int_0^3 (x^2 - 8x + 9) dx$
B) $\int_0^2 4x dx$
C) $\int_0^2 (x^2 - 6x + 9) dx$
D) $\int_0^1 4x dx + \int_1^3 (x^2 - 6x + 9) dx$
E) $\int_0^1 4x dx + \int_1^3 (-x^2 + 6x - 9) dx$

5. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$S_1 + S_2 = 10$$

$$\int_{-5}^4 f(x) dx = 6$$

olduğuna göre, $\int_0^4 f(x) dx$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

6. Yanda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

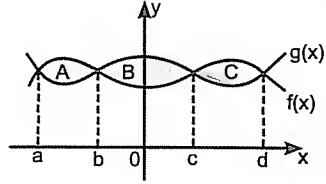
$$\int_{-4}^3 f(x) dx = \frac{9}{2}$$

$$A_1 = \frac{5}{4} \text{ br}^2$$

olduğuna göre, A_2 kaç br^2 dir?

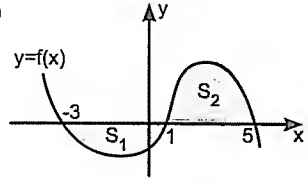
- A) $\frac{23}{4}$ B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{21}{4}$ D) 5 E) $\frac{19}{4}$

7. Yandaki şekilde, eğriler arasındaki taralı alanlar



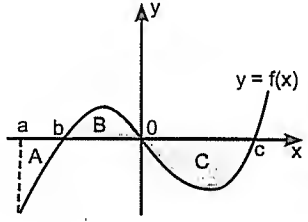
- $A = 5br^2$
 $B = 6br^2$
 $C = 4br^2$
 olduğuna göre, $\int_a^d [f(x) - g(x)] dx$ integralinin eşiti kaçtır?
 A) 15 B) 3 C) -4 D) -3 E) -15

8. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. S_1 ve S_2 alanları arasında $3S_1 = 10S_2$ bağıntısı vardır.



- $\int_{-3}^5 f(x) dx = -28$ ise S_1 kaç br^2 dir?
 A) 60 B) 48 C) 40 D) 36 E) 20

9. Yanda $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir. A, B, C içine yazıldıkları bölgelerin alanları olmak üzere



- $\int_a^c f(x) = -3$, $A = 4br^2$, $B = 6br^2$,
 olduğuna göre, $\int_0^c f(x) dx$ kaçtır?
 A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

10. $y = x^2 + 3$ eğrisi, $x = 1$ ve $x = 3$ doğruları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 15 B) $\frac{44}{3}$ C) $\frac{43}{3}$ D) 14 E) 13

11. $f(x) = x^2 - 1$ parabolü, $x = 2$, $x = 3$ doğruları ve Ox eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 6 B) $\frac{17}{3}$ C) $\frac{16}{3}$ D) 5 E) $\frac{14}{3}$

12. $y = x^3$ eğrisi, $x = 1$, $x = -2$ ve Ox eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) $\frac{11}{4}$ B) 3 C) $\frac{13}{4}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{17}{4}$

13. $y = x^3$ eğrisi ile $y = 9x$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?
 A) 0 B) $\frac{81}{4}$ C) $\frac{81}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) 9

14. $y = e^x$ eğrisi, $y = e^3$ doğrusu ve $x = 0$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) $3e^3 - 1$ B) $2e^3 + 1$ C) $2e^3 - 1$
 D) $2e^3 - e$ E) $2e^3 + 2$

15. $y = x + 2$ doğrusu ile $y = x^2 - x + 2$ parabolü arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

16. Analitik düzlemde $y = x^3 + 2$ eğrisi ile $x = 0$, $y = 0$ ve $x = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

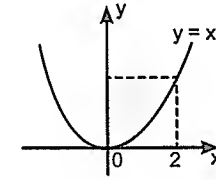
Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı

TEST
20

1. Analitik düzlemde $x = y^2 + 2$ eğrisi, y eksenini $y = 1$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) 4 E) $\frac{10}{3}$

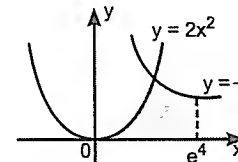
2. Analitik düzlemde $y = \frac{2}{x}$ eğrisi, $y = 6$ ve $x = 4$ doğruları ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 12 B) 10 C) $4 + 2\ln 12$
 D) $2 + 2\ln 12$ E) $2 + \ln 12$

3. Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?



- A) $\frac{8}{3}$ B) 4 C) 5 D) $\frac{16}{3}$ E) 6

4. Şekilde $y = 2x^2$ ve $y = \frac{2}{x}$ fonksiyonları $x = e^4$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan taralı alan kaç br^2 dir?



- A) $\frac{26}{3}$ B) $\frac{25}{3}$ C) 8 D) $\frac{23}{3}$ E) $\frac{22}{3}$

5. Analitik düzlemde $y = x^2 + 4$ eğrisi, $x + y = 6$ doğrusu ve y eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) $\frac{7}{6}$ B) 1 C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. Analitik düzlemde $y = x^3 - 1$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 48 B) 40 C) 36 D) 24 E) 18

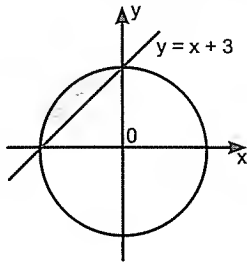
7. $y = \cos x$, $x = \pi$ ve $y = 0$ ile sınırlanan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

8. Şekilde $y = e^x$, $y = 16e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y - ekseniniyle sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

9. $y = x^2 + 2$ parabolü ile $y = 6$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 4 B) 6 C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{26}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

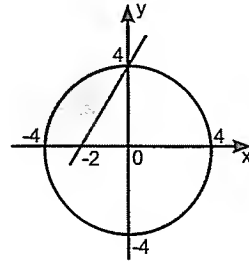
10. Analitik düzlemde $x = y^2 - 3y - 4$ eğrisi, y eksenini $y = 0$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) $\frac{40}{3}$ B) 13 C) 12 D) $\frac{35}{3}$ E) $\frac{34}{3}$

11. Yanda, 0 merkezli çember ile $y = x + 3$ doğrusunun grafiği verilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



- A) $\int_0^3 [(x+3) - (\sqrt{9-x^2})] dx$
 B) $\int_0^3 [(y+3) - \sqrt{9-y^2}] dy$
 C) $\int_0^3 [\sqrt{9-y^2} - (y+3)] dy$
 D) $\int_0^3 [(y-3) - \sqrt{9-y^2}] dy$
 E) $\int_0^3 (y-3 + \sqrt{9-y^2}) dy$

13. Şekildeki taralı bölgeyi aşağıdaki integrallerden hangisi ifade eder?



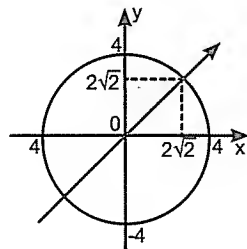
- A) $\int_0^4 \left(\frac{y-4}{2} - \sqrt{16-y^2} \right) dy$
 B) $\int_{-2}^0 [\sqrt{16-x^2} - (2x+4)] dx$
 C) $\int_{-2}^0 [(2x+4) - \sqrt{16-x^2}] dx$
 D) $\int_0^4 \left(\frac{y-4}{2} + \sqrt{16-y^2} \right) dy$
 E) $\int_0^4 \left[\sqrt{16-y^2} - \left(\frac{y-4}{2} \right) \right] dy$

14. $\int_0^{10\pi} |\cos x| dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) 40 B) 30 C) 20 D) 10 E) 0

15. $\int_0^4 (\sqrt{32-x^2} - x) dx$ integralinin değeri nedir?
 A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 12π

16. $\int_0^{3\sqrt{2}} \sqrt{36-x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{9\pi}{2}$ B) $\frac{9\pi}{2} + 9$ C) 9π
 D) $6\pi + 9$ E) $9\pi + 9$

12. Şekildeki taralı bölge aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



- A) $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$
 B) $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16-x^2} dx$
 C) $\int_0^{2\sqrt{2}} (x - \sqrt{16-x^2}) dx$
 D) $\int_0^4 (\sqrt{16-x^2} - x) dx$
 E) $\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{16-x^2} - x) dx$

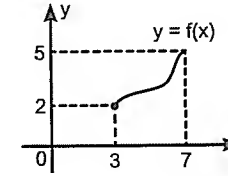
İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı

TEST
21

1. $y = \frac{8}{x}$, $y = \frac{5}{x}$ eğrileri ve $x = 1$, $x = e^2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

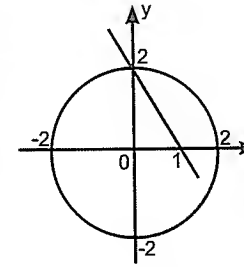
2. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_3^7 f(x) dx + \int_2^5 f^{-1}(x) dx$ toplamının değeri kaçtır?



- A) 32 B) 30 C) 29 D) 27 E) 25

3. $\int_{-6\sqrt{2}}^{6\sqrt{2}} \sqrt{144-x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) 36π B) $18\pi + 36$ C) $36\pi + 36$
 D) $18\pi + 72$ E) $36\pi + 72$

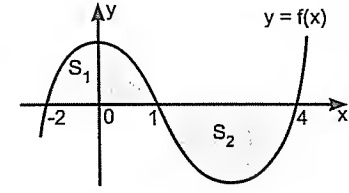
4. Yanda, 0 merkezli çember ile $y = 2 - 2x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



- A) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-y^2} + \left(\frac{2-y}{2} \right) \right] dy$
 B) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-y^2} - \left(\frac{2-y}{2} \right) \right] dy$
 C) $\int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - (1-2x)] dx$
 D) $\int_0^1 [(1-2x) - \sqrt{4-x^2}] dx$
 E) $\int_0^2 \left[\frac{2-y}{2} - \sqrt{4-y^2} \right] dy$

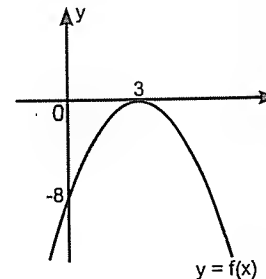
5. $\int_0^4 \left(\sqrt{1-\frac{x^2}{16}} - 2x \right) dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) $4\pi - 16$ B) $\pi - 4$ C) $4\pi - 4$
 D) $4\pi + 16$ E) $\pi - 16$

6. Yanda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. $S_1 = 5 br^2$, $S_2 = 7 br^2$ S_1 ve S_2 bulundukları bölgelerin alanlarını gösterdiğine göre, $\int_{-2}^4 (|f(x)| + f(x)) dx$ integralinin değeri kaçtır?
 A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12



7. $y = x^3 + 1$ eğrisi ile $y = 9x + 1$ doğrusu arasında kalan alan kaç br^2 dir?
 A) $\frac{81}{2}$ B) $\frac{79}{2}$ C) 30 D) 20 E) $\frac{81}{4}$

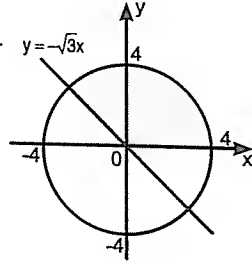
8. Yanda x eksenine teğet olan $y = f(x)$ parabolü verilmiştir. Buna göre, parabol ile eksenler arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) $\frac{5}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) 8



9. $y = -x^2 + 4x + 5$ parabolü ile $y = -2x + 5$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

10. Yanda, O merkezli ve yarıçapı 4 br olan çember ile $y = -\sqrt{3}x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölge aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



- A) $\int_{-2}^4 (\sqrt{16-x^2} - \sqrt{3}x) dx$
 B) $\int_{-2}^4 (-\sqrt{16-x^2} - \sqrt{3}x) dx$
 C) $\int_{-2}^4 (\sqrt{16-x^2} + \sqrt{3}x) dx$
 D) $\int_{-2}^4 \sqrt{16-x^2} dx - \sqrt{3} \int_{-2}^0 x dx$
 E) $\int_{-2}^4 \sqrt{16-x^2} dx + \sqrt{3} \int_{-2}^0 x dx$

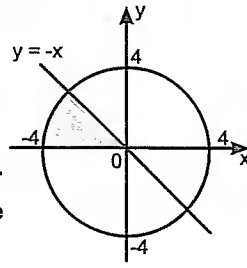
11. Analitik düzlemde $y = x^2$ ve $y^2 = 8x$ eğrileri ile oluşan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{10}{3}$ B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) 2

12. $\int_0^3 [\sqrt{9-x^2} - (3-x)] dx$ integralinin değeri kaçtır?

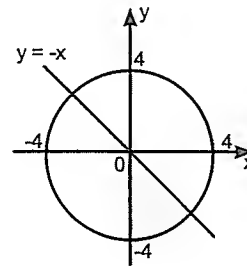
A) $\frac{9\pi}{4} - \frac{9}{2}$ B) $\frac{9\pi}{4}$ C) $\frac{9\pi}{4} - \frac{7}{2}$
 D) $2\pi - \frac{9}{2}$ E) $\frac{5\pi}{4} - \frac{3}{2}$

13. Yanda, O merkezli çember ile $y = -x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



- A) $\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{16-y^2} - y) dy$
 B) $\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{16-y^2} + y) dy$
 C) $\int_0^{2\sqrt{2}} (-\sqrt{16-y^2} - y) dy$
 D) $\int_{-2\sqrt{2}}^0 (\sqrt{16-y^2} + y) dy$
 E) $\int_{-2\sqrt{2}}^0 (-\sqrt{16-y^2} + y) dy$

14. Yanda, O merkezli çember ile $y = -x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



- A) $\int_0^2 (\sqrt{16-x^2} + x) dx$
 B) $\int_0^2 (\sqrt{16-x^2} - x) dx$
 C) $\int_{-2\sqrt{2}}^0 (\sqrt{16-x^2} + x) dx$
 D) $\int_0^{2\sqrt{2}} (-\sqrt{16-x^2} - x) dx$
 E) $\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{16-x^2} - x) dx$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

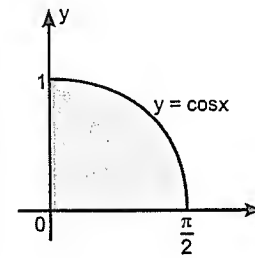
Hacim Hesabı

TEST
22

1. Analitik düzlemde, $y = -x + 1$ doğrusu ile eksenler arasında kalan bölgenin x eksenı etrafında 360° döndürölmesi ile oluşan dönel cismin hacmi aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $\pi \int_0^1 (x-1)^2 dx$ B) $\pi \int_0^1 (x+1)^2 dx$
 C) $\int_0^1 (x-1)^2 dx$ D) $\pi \int_0^1 (x^2-1) dx$
 E) $\pi \int_0^1 x^2 dx$

2. Yanda, $y = \cos x$ fonksiyonunun bir kısmının grafiği verilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin x eksenı etrafında 360° döndürölmesi ile oluşan dönel cismin hacminin integrali aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?



A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi \cos^2 x dx$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi \sin^2 x dx$
 C) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\pi \cos^2 x dx$ D) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\pi \sin^2 x dx$
 E) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 4\pi \cos^2 x dx$

3. Analitik düzlemde $y = x$, $y = 2x$, $x = 1$, $x = 2$ doğruları ile sınırlı bölgenin, x eksenı etrafında 360° döndürölmesi ile oluşan dönel cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 12 π B) 10 π C) 8 π D) 7 π E) 5 π

4. $y = \frac{3}{x}$ eğrisi, $x = 1$, $x = 3$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin x eksenı etrafında 360° döndürölmesiyle oluşan şeklin hacmi kaç br^3 tür?

A) 2 π B) 4 π C) 6 π D) 8 π E) 12 π

5. Analitik düzlemde $y = x^2$ eğrisi, $x = 2$ ve $x = 3$ doğruları ve x eksenı ile sınırlı bölgenin, x eksenı etrafında 360° döndürölmesiyle oluşan dönel cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{3^5-1}{2}\pi$ B) $\frac{2^5-1}{2}\pi$ C) $\frac{3^5}{5}\pi$
 D) $\frac{3^5-2^5}{5}\pi$ E) $\frac{3^5+2^5}{5}\pi$

6. $y = 3x^2$ parabolü ile $y = 6x$ doğrusu arasında kalan bölgenin x eksenı etrafında 360° döndürölmesiyle oluşan şeklin hacmini veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\pi \int_0^2 (6x - 3x^2) dx$ B) $\pi \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx$
 C) $\pi \int_0^2 (x^2 - x^4) dx$ D) $\pi \int_0^2 (36x^2 - 9x^4) dx$
 E) $\pi \int_0^2 (9x^4 - 36x^2) dx$

7. Analitik düzlemde $y = \sqrt{x}$ eğrisi, $y = 1$, $y = 2$ doğruları y eksenı ile sınırlı bölgenin, y eksenı etrafında 360° döndürölmesiyle oluşan dönel cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{31}{5}\pi$ B) 6 π C) $\frac{29}{5}\pi$ D) $\frac{28}{5}\pi$ E) 5 π

8. Şekilde $y = \sin x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, şekil-
deki taralı bölge-
nin x eksen etra-
fında 360° döndü-
rülmesiyle oluşan şeklin hacmi kaç br^3 tür?
- A) π^2 B) $\frac{3\pi^2}{4}$ C) $\frac{\pi^2}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{4}$

9. $y = \sqrt{x}$ denkleminin belirttiği parabol Ox ekse-
ni, $x = 4$ doğrusu ile sınırlı kapalı bölgenin alanı,
 Oy eksen etrafında 360° döndürüldüğünde olu-
şan cismin hacmi kaç br^3 tür?
- A) 32π B) $\frac{128\pi}{5}$ C) 24π
D) $\frac{116\pi}{5}$ E) $\frac{96\pi}{5}$

10. Yanda, $y = \cos x$ fonksi-
yonunun bir kısmının
grafiği çizilmiştir.
Buna göre, taralı bölgenin
 Oy eksen etrafında 360°
döndürülmesiyle oluşan
dönel cismin hacmi aşağıdaki integrallerden
hangisi ile ifade edilir?
- A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi \cos^2 y \, dy$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi \cos^4 y \, dy$
C) $\int_0^1 \pi^2 (\arccos x)^2 \, dy$ D) $\int_0^1 \pi \arccos y \, dy$
E) $\int_0^1 \pi (\arccos y)^2 \, dy$

11. Yanda, $y = x - 3$ doğ-
rusu ile eksenler ara-
sında kalan taralı böl-
genin y eksen etra-
fında 360° döndürül-
mesi ile oluşan dönel
cismin hacmi aşağıdakilerden hangisi ile ifade
edilir?
- A) $\pi \int_0^3 (y-3)^2 \, dy$ B) $\pi \int_0^3 (y+3)^2 \, dy$
C) $\pi \int_{-3}^0 (y+3) \, dy$ D) $\pi \int_{-3}^0 (y-3)^2 \, dy$
E) $\pi \int_{-3}^0 (y+3)^2 \, dy$

12. $\{(x, y) : x + y \leq 8, 2x + y \geq 8, y \geq 0\}$
bölgesinin y eksen etrafında 360° döndürül-
mesiyle oluşan şeklin hacmi kaç br^3 tür?
- A) 64π B) 72π C) 96π
D) 128π E) 148π

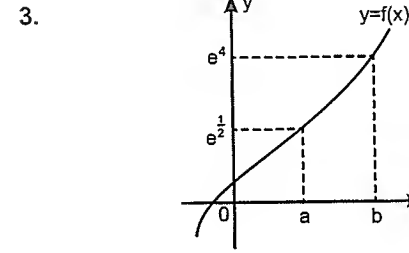
13. Yanda, 0 merkezli
 $x^2 + y^2 = 1$ çemberinin
II. bölgede kalan kısmı-
nın grafiği çizilmiştir.
Buna göre, taralı böl-
genin Ox eksen etra-
fında 360° döndürül-
mesi ile oluşan dönel cismin hacmi aşağıdaki in-
tegrallerden hangisi ile ifade edilir?
- A) $\pi \int_{-1}^0 (x-1)^2 \, dx$ B) $-\pi \int_{-1}^0 (x^2-1) \, dx$
C) $\pi \int_{-1}^0 (x+1)^2 \, dx$ D) $\pi \int_{-1}^0 (1-x^2)^2 \, dx$
E) $\pi \int_{-1}^0 (x^2-1) \, dx$

INTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST
23

1. $f'(x) = 8x^3 - 6x^2 + 4x$ ve $f(0) = -2$
olduğuna göre, $f(-1)$ in değeri kaçtır?
- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6
2. $\int_1^3 [x^3 \cdot f'(x) + 3x^2 \cdot f(x)] \, dx = 131$ ve $f(1) = 4$ ise,
 $f(3)$ kaçtır?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



Yukarıdaki şekle göre,

- $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx$ integralinin değeri kaçtır?
- A) $-\frac{7}{2}$ B) -3 C) $-\frac{5}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

4. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} \, dx$
integralinde $x = 3 \sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağı-
daki integrallerden hangisi elde edilir?
- A) $\int_{-\pi}^{\pi} 9 \cdot \cos^2 t \cdot dt$ B) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} 9 \cdot \sin^2 t \cdot dt$
C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 9 \cdot (\sin t - \cos t) \cdot dt$ D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cdot \cos t \cdot dt$
E) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 9 \cdot \cos^2 t \cdot dt$

5. $f(x) = \int_{x^3}^{x^4} (3t-2) \, dt$
olduğuna göre, $f'(-1)$ nedir?
- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

6. $\int \frac{3 \sin(\ln x)}{2x} \, dx$
integralinin sonucu nedir?
- A) $\frac{3}{2} \sin(\ln x) + c$ B) $-\frac{3}{2} \sin(\ln x) + c$
C) $\frac{3}{2} \cos(\ln x) + c$ D) $-\frac{3}{2} \cos(\ln x) + c$
E) $\frac{3}{x} \ln(\cos x) + c$

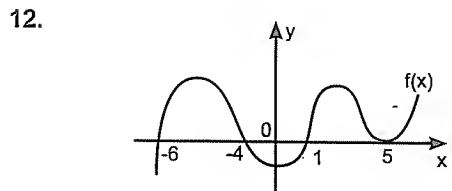
7. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & , -1 < x < 2 \text{ ise,} \\ 2x+1 & , 2 \leq x < 4 \text{ ise,} \end{cases}$
 $\int_{-1}^4 f(x) \, dx$ integralinin değeri nedir?
- A) 16 B) 18 C) 20 D) 23 E) 27

8. $\int_0^4 (\sqrt{16-x^2} - (4-x)) \, dx$
integralinin değeri nedir?
- A) $4\pi - 8$ B) $4\pi - 1$ C) $8\pi - 2$
D) $4\pi - 4$ E) $8\pi - 4$

9. $\int \frac{2x-3}{x(x-1)(x+2)} dx$
integralinin değeri nedir?
- A) $3\ln|x| - \frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{2}{3}\ln|x+2| + c$
B) $\frac{1}{2}\ln|x| + 2\ln|x-1| + 4\ln|x+2| + c$
C) $\frac{3}{2}\ln|x| - \frac{1}{3}\ln|x-1| - \frac{7}{6}\ln|x+2| + c$
D) $\frac{3}{2}\ln|x| + \frac{1}{3}\ln|x-1| - \frac{7}{6}\ln|x+2| + c$
E) $-\frac{3}{2}\ln|x| - \frac{1}{3}\ln|x-1| + \frac{2}{3}\ln|x+2| + c$

10. $\int_e^3 \left[\frac{d}{dx} (\ln x^2) \right] dx$
integralinin değeri nedir?
- A) 6 B) 4 C) e^6 D) e^4 E) e^2

11. $\int f'(x) \cdot 2x^2 dx = \frac{2x^5}{5} - 4x^3 + c$ ve $f(-1) = \frac{11}{3}$
ise, $f(x)$ nedir?
- A) $\frac{x^3}{3} - 6x - 2$ B) $\frac{x^3}{3} - 6x + 3$ C) $\frac{x^3}{3} + 6x - 2$
D) $\frac{x^3}{6} - 6x - 2$ E) $\frac{x^3}{6} + 6x + 2$



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

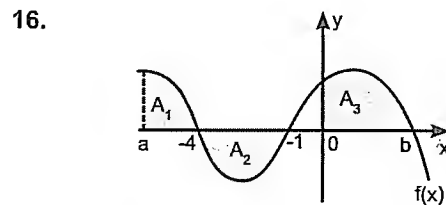
Buna göre, $g(x) = \int (x^2 - 7x + 12) \cdot f(x) \cdot dx$ şeklinde tanımlanan $g(x)$ fonksiyonunun kaç tane ekstremum noktası vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. $f(x) = \int_{-2}^{x^3-x^2-x+2} e^t \cdot dt$ ise,
 $f(x)$ in x eksenine paralel teğetlerinin değme noktalarına ait apsiler toplamı kaçtır?
- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

14. $\int_0^{\pi/2} \sin^n x \cdot \cos x dx$
integralinin değeri nedir?
- A) $\frac{\sin x}{\cos x}$ B) $\sin x$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{n+1}$ E) $\frac{2n}{n+1}$

15. $f(x) = \int_2^x \frac{2+t^2}{4t} dt$
fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi nedir?
- A) $-\frac{10}{3}$ B) -3 C) $-\frac{9}{4}$ D) $\frac{7}{2}$ E) 4



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için

$$\int_a^b f(x) dx = 28 \text{ ve } A_1 \text{ alanının ölçüsü}$$

A_2 alanından 15 br^2 fazla ise,

A_3 alan ölçüsü kaç br^2 dir?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

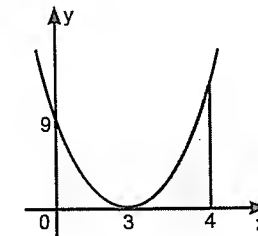
Karma

TEST
24

1. $\int_{\pi}^{2\pi} |\sin x| dx$
integralinin değeri nedir?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-16x^2}}$
integralinin değeri nedir?
- A) $\frac{1}{4} \arcsin 4x + c$ B) $\frac{1}{4} \arcsin x + c$
C) $\frac{1}{4} \arctan 4x + c$ D) $\frac{1}{4} \arccos 4x + c$
E) $\arcsin 4x + c$

3. Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

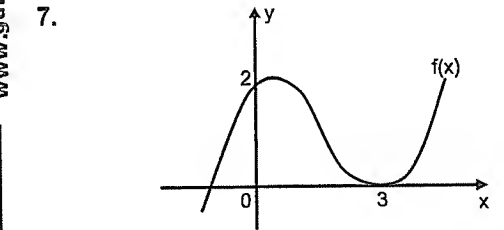


- A) 4 B) 5 C) 9 D) $\frac{28}{3}$ E) 10

4. $\int \frac{dx}{(2x+1)^2 + 4}$
integralinin değeri nedir?
- A) $\frac{1}{4} \arctan \left(\frac{2x+1}{2} \right) + c$ B) $\frac{1}{4} \arctan (2x+1) + c$
C) $\frac{1}{2} \arctan (2x+1) + c$ D) $\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2x+1}{2} \right) + c$
E) $\frac{1}{4} \arctan \left(\frac{2x+1}{4} \right) + c$

5. $\int x \cdot e^x dx$
integralinin değeri nedir?
- A) $x \cdot e^x + c$ B) $x \cdot e^x + e^x + c$
C) $x \cdot e^x - e^x + c$ D) $x \cdot e^x - c$
E) $x \cdot e^x - e^x + x + c$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 6x - 8}}$
integralinin değeri nedir?
- A) $\arcsin (x - 3) + c$ B) $\arcsin x + c$
C) $\arcsin (x + 3) + c$ D) $\arccos (x - 3) + c$
E) $\arccos (x + 3) + c$



Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_0^3 f'(x) \cdot (f(x) + 1)^2 \cdot dx$$

integralinin değeri nedir?

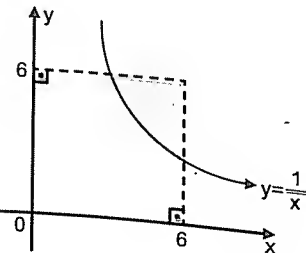
- A) $-\frac{26}{3}$ B) -8 C) -3 D) 8 E) $\frac{26}{3}$

8. $\int \frac{x \cdot f'(x) - 2 \cdot f(x)}{x^3} dx = \ln x^3$ ve $f(1) = 2$
olduğuna göre, $f(e)$ kaçtır?
- A) -3 B) $2e$ C) $-5e^2$ D) $5e^2$ E) $3e^2$

9. $\int_{-3}^3 (1+x+x^3+x^5+x^7+\dots+x^{21}) dx$
integralinin eşiti nedir?
A) 6 B) 3 C) 0 D) -3 E) -6

10. $\int \cos(\cos^2 x) \cdot \sin 2x dx$
integralinin değeri nedir?
A) $\cos(x) + c$ B) $\cos(\sin 2x) + c$
C) $\cos(\cos^2 x) + c$ D) $-\sin(\cos^2 x) + c$
E) $\sin(\cos^2 x) + c$

11. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} k(\sin 2x \cdot \cos 4x + \cos 2x \cdot \sin 4x) dx = -12$
ise, k sayısı kaçtır?
A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 6

12. 
Şekildeki grafikte taralı alan kaç b^2 dir?
A) $36 - 6\ln 2$ B) $36 - 2\ln 6$ C) $35 - 2\ln 6$
D) $35 - 6\ln 2$ E) $2\ln 6$

13. $\int 3x^3 \cdot e^{x^4} dx$
integralinin değeri nedir?
A) $3 \cdot e^{x^4} + c$ B) $4 \cdot e^{x^4} + c$
C) $\frac{3}{4} \cdot e^{x^4} + c$ D) $\frac{4}{3} \cdot e^{x^4} + c$
E) $\frac{3}{4} \cdot e^{x^4} + c$

14. $\int x \cdot \cos x dx$
integralinin değeri nedir?
A) $x \sin x + c$
B) $x \sin x + \cos x + c$
C) $x \sin x - \cos x + c$
D) $\sin x - x \cos x + c$
E) $\sin x + x \cos x + c$

15. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $y = f(x)$ fonksiyonunun $(2, -4)$ noktasındaki teğetinin eğimi 1 dir.
 $f''(x) = 6x^2 - 2$ ise, $f(1)$ nedir?
A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

16. $\int \frac{\sqrt[5]{x} + 1}{\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^5}} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{-4}{\sqrt{x}} + c$ B) $\frac{-2}{\sqrt{x}} + c$ C) $\frac{2}{\sqrt{x}} + c$
D) $\frac{4}{\sqrt{x}} + c$ E) $\frac{-1}{\sqrt{x}} + c$

İNTegral ve Uygulamaları

Karma

TEST
25

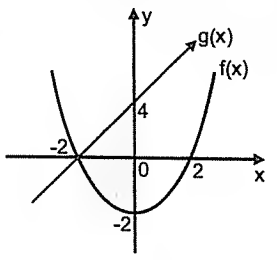
1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos 2x}{\sin x \cdot \cos x} dx$
integralinin değeri nedir?
A) 0 B) 1 C) $\ln \sqrt{3}$ D) $\ln \frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $y = x^2$ ve $y = 18 - x^2$
eğrileri tarafından sınırlanan düzlemsel bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?
A) $2 \int_{-3}^3 (18 - x^2) dx$ B) $4 \int_{-3}^0 (18 - x^2) dx$
C) $4 \int_{-3}^0 (9 - x^2) dx$ D) $2 \int_{-3}^0 (9 - x^2) dx$
E) $4 \int_{-3}^3 (9 - x^2) dx$

3. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 2x dx$
integralinin değeri nedir?
A) $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{16}$ B) $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{8}$
D) $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{16}$ E) $\frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{16}$

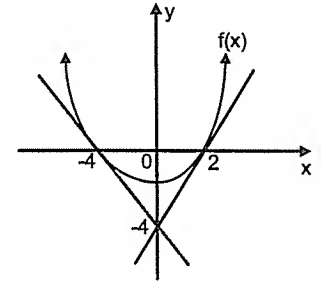
4. $\int [2x + f(x)] dx = mx^2 + n$
ve $f(-1) = 6$ ise, $f(2)$ nedir?
A) -16 B) -14 C) -12 D) -10 E) -8

5. Yandaki şekilde taralı bölgenin alanı kaç b^2 dir?



- A) 3 B) 4 C) $\frac{17}{3}$ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{22}{3}$

- 6.



- Grafiki yukarıda verilen $f(x)$ fonksiyonu için,
 $\int_{-4}^2 f''(x) \cdot (f'(x) + 1) \cdot dx$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $-\frac{11}{2}$ B) $-\frac{9}{2}$ C) 1 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

7. $0 \leq x \leq 2$ ve $|y| \geq 1$ eşitsizlik sistemini sağlayan bölge ile $y = e^x$ ve $y = -e^x$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç b^2 dir?
A) $e^2 - 1$ B) $2e^2 - 2$ C) $e^2 - 3$
D) $2e^2 - 6$ E) $e^2 - 2$

8. $\int_a^b (4x + 5) dx = 85$ ve $b - a = 5$ olduğuna göre, $a + b$ nin değeri nedir?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

9. $y = x^2$ parabolünün $y = 0$ ve $x = -a$ doğruları arasında kalan bölgenin Oy eksenini etrafında döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi $8\pi br^3$ ise, a kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\int \frac{5x^4 dx}{16+x^{10}}$ integralinin değeri nedir?
- A) $\frac{1}{4} \arctan \frac{x^5}{4} + c$ B) $\frac{1}{4} \arctan x^5 + c$
 C) $\frac{1}{4} \arctan \frac{x^5}{5} + c$ D) $\frac{1}{2} \arctan \frac{x^5}{4} + c$
 E) $\frac{1}{2} \arctan x^5 + c$

11. Şekilde verilenlere göre, $B - A$ farkı kaçtır?
-
- A) 42 B) 56 C) 70 D) 72 E) 144

12. $\int \frac{dx}{x \cos^2(\ln x)}$ integralinin değeri nedir?
- A) $\tan x + c$ B) $\cot x + c$
 C) $\tan(\ln x) + c$ D) $\cot(\ln x) + c$
 E) $-\cot(\ln x) + c$

13. $\int \cos^2 x d(\sin x)$ integralinin değeri nedir?
- A) $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\cos x - \frac{\cos^3 x}{3} + c$
 C) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ D) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$
 E) $\frac{\sin^2 x}{2} + c$

14. Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu ile x eksenini arasında tanımlanan alanlar $A_1 = 12 br^2$ ve $A_2 = 7 br^2$ dir.
-
- Buna göre, $\int_0^5 (x-2) \cdot f'(x) \cdot dx$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

15. Analitik düzlemde $y - 4x = 12$ doğrusunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin y -ekseni etrafında 90° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?
- A) 6π B) 9π C) 16π D) 36π E) 48π

16. $f(x) = \frac{d}{dx} \left[\int_2^x (t^4 - t^3 + 2t^2 + at) dt \right]$ $f(-1) = 11$ olduğuna göre, a kaçtır?
- A) -9 B) -8 C) -7 D) -6 E) -5

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST
26

1. $\int \frac{x+5}{x^3-x^2} dx$ integralinin değeri nedir?
- A) $-6\ln|x| + \frac{5}{x} + 6\ln|x-1| + c$
 B) $-3\ln|x| + \frac{2}{x} + 4\ln|x-2| + c$
 C) $-4\ln|x| + \frac{1}{x} + 5\ln|x+1| + c$
 D) $-3\ln|x| + \frac{5}{x} + 8\ln|x-3| + c$
 E) $-6\ln|x| - \frac{5}{x} + 6\ln|x-1| + c$

2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x} dx$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) -4 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

3. $x^2 + y^2 \leq 36$ ve $x + y \geq 6$ eşitsizlik sisteminin oluşturduğu bölgenin, y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?
- A) 48π B) 60π C) 72π D) 108π E) 144π

4. $f(x)$ fonksiyonunun y -eksenini kestiği noktadaki teğeti II. açıortay doğrusuna diktir. $x = 2$ deki teğetin eğimi e^3 olduğuna göre, $\int_0^2 \frac{f''(x)}{f'(x)} dx$ integralinin değeri nedir?
- A) 3 B) e C) 2 D) 0 E) -2

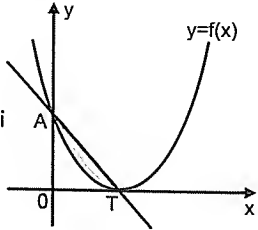
5. Şekilde $y = f(x)$ eğrisine $(3, 5)$ ve $(5, 4)$ noktalarında teğet olacak şekilde d_1 ve d_2 doğruları çizilmiştir.
-
- $\int_3^5 [x \cdot f''(x)] \cdot dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{70}{3}$ B) $\frac{68}{3}$ C) 22 D) 20 E) $\frac{58}{3}$

6. Bir $f(x)$ fonksiyonu için $f''(x) = 4$ dir. Fonksiyon grafiğinin $(-1, 6)$ noktasındaki teğeti Ox eksenini 135° lik açı yapıyor. $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ B) $f(x) = 2x^2 + 3x + 7$
 C) $f(x) = x^2 - 3x - 5$ D) $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$
 E) $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$

7. $\int f(3x^2) \cdot f'(3x^2) \cdot x dx$ integralinin sonucu nedir?
- A) $\frac{1}{2} f(3x^2) + c$ B) $\frac{1}{6} f(3x^2) + c$
 C) $\frac{1}{12} f^2(3x^2) + c$ D) $\frac{1}{12} f(3x^2) + c$
 E) $\frac{1}{6} f^2(3x^2) + c$

8. $\int \frac{x dx}{x^2 - 6x + 10}$ integralinin değeri nedir?
- A) $\frac{1}{2} \ln|x^2 - 6x + 10| + 6 \arctan(x-3) + c$
 B) $\ln|x^2 - 6x + 10| + \arctan x + c$
 C) $\ln|x^2 - 6x + 10| + 2 \arctan x + c$
 D) $\frac{3}{2} \ln|x^2 - 6x + 10| + 3 \arctan x + c$
 E) $\frac{1}{2} \ln|x^2 - 6x + 10| + 3 \arctan(x-3) + c$

9. Şekildeki parabolün y eksenini kestiği A noktası ile T tepe noktasından geçen doğrunun denklemi $y = -2x + 8$ olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
- A) 11 B) $\frac{32}{3}$ C) 8 D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{14}{3}$



13. Bir dikdörtgenin kenar uzunlukları m ve n olmak üzere; $\int_3^5 x \cdot dx$ integralinin değeri bu dikdörtgenin çevresine eşittir.
- $$\int_0^m \left[\int_0^n (x+y) dx \right] dy = \int_1^7 2y \cdot dy$$
- İse, dikdörtgenin alanı kaç br^2 dir?
- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

14. $\int_1^m (6x^2 - 2x + k) dx = 2m^3 - m^2 + 6m + n$
- İse, $k - n$ nin değeri kaçtır?
- A) 13 B) 9 C) 3 D) -1 E) -7

15. $\int \cos^5 x \cdot \sin^3 x dx$
- integralinin değeri nedir?
- A) $\frac{\cos^6 x}{6} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$ B) $\frac{\cos^8 x}{8} + \frac{\cos^6 x}{6} + c$
- C) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{4} + c$ D) $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + c$
- E) $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-25x^2}}$
- integralinin değeri nedir?
- A) $\arcsin 5x + c$ B) $\frac{1}{5} \arcsin\left(\frac{5x}{2}\right) + c$
- C) $\frac{1}{2} \arcsin(5x) + c$ D) $\frac{1}{10} \arcsin\left(\frac{5x}{2}\right) + c$
- E) $\frac{2}{5} \arcsin\left(\frac{5x}{2}\right) + c$

10. $\int \frac{-2xdx}{\sin^2(2x^2+3)}$
- integralinin değeri nedir?
- A) $-\tan x + c$ B) $\tan(2x^2+3) + c$
- C) $-\tan(2x^2+3) + c$ D) $-\frac{1}{2} \cot(2x^2+3) + c$
- E) $\frac{1}{2} \cot(2x^2+3) + c$

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\int_6^{3x} (t-4) dt}{2x-4}$
- işleminin sonucu nedir?
- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

12. $\int_{-4}^{11} \frac{dx}{x^3 \sqrt{5+x}}$
- integralinde $5+x = u^4$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?
- A) $\int_{-4}^{11} \frac{4u^2 du}{(u^4-5)^3}$ B) $\int_1^2 \frac{u^2 du}{(u^4-5)^3}$ C) $\int_1^2 \frac{4u^2 du}{(u^4-5)^3}$
- D) $\int_1^2 \frac{4u^3 du}{(u^4-5)^3}$ E) $\int_{-4}^{11} \frac{4u^3 du}{(u^4-5)^3}$

INTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST
27

1.
 $y = -\frac{3}{x}$ ve $y = \frac{3}{x}$ grafikleri,
 $x = -e^4$, $x = e^4$, $y = 0$ ve $y = \frac{3}{e^2}$ doğruları ile sınırlıdır.
- Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
- A) 24 B) 20 C) 18 D) 14 E) 12

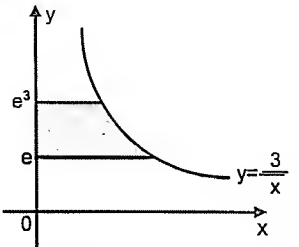
2. Şekildeki d doğrusu $f(x)$ fonksiyonuna A noktasında teğet ise,
- $$\int_0^k e^{f'(x)} \cdot f''(x) dx$$
- değeri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $e^{\frac{1}{2}} - 1$ B) e^2 C) $e^2 + 1$
- D) $e^2 - 1$ E) $e^{\frac{1}{2}} + 1$

3. $\frac{d^{18}}{dx^{18}} \left(\int_2^x (t^2+1)^8 dt \right)$
- işleminin sonucu kaçtır?
- A) 24 B) 18 C) 12 D) 6 E) 0

4. $\int_0^3 e^{x^4+3 \ln x} dx$
- belirli integralinin değeri nedir?
- A) $\frac{1}{3} (e^{27} - 1)$ B) $\frac{1}{4} (e^{27} - 1)$ C) $\frac{1}{4} (e^{81} - 1)$
- D) $\frac{1}{3} (e^{81} - 1)$ E) $\frac{1}{2} (e^{81} - 1)$

5. $\int \sqrt{5-3x} dx$
- integralinin değeri nedir?
- A) $-\frac{2}{9} (5-3x)^{\frac{3}{2}} + c$ B) $-\frac{2}{3} (5-3x)^{\frac{3}{2}} + c$
- C) $-\frac{2}{3} (5-3x)^{\frac{1}{2}} + c$ D) $-\frac{2}{9} (5-2x)^{\frac{1}{2}} + c$
- E) $-\frac{1}{3} (5-3x)^{\frac{3}{2}} + c$

6. Şekildeki grafikte taralı alan kaç br^2 dir?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9



7. $\int_0^1 \frac{d^4}{dx^4} \left(\int_{x^2}^{x^3} t^2 dt \right) dx$
- integralinin değeri kaçtır?
- A) 158 B) 152 C) 136 D) 128 E) 124

8. $\int \sin^2 x d(\cot x)$
- integralinin değeri nedir?
- A) $\arctan x + c$ B) $\arctan(\cot x) + c$
- C) $\operatorname{arccot}(\tan x) + c$ D) $\operatorname{arccot}(\cot x) + c$
- E) $\operatorname{arccot} x + c$

9. $y = x^2 - 4$ eğrisi ile $y = x - 4$ doğrusunun sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

10. $\int \frac{4x-2}{(x-2)^2} dx$

integralinin değeri nedir?

A) $4\ln|x-2| - \frac{6}{(x-2)} + c$
B) $2\ln|x-2| + \frac{4}{(x-2)} + c$
C) $3\ln|x-2| + \frac{5}{(x-2)} + c$
D) $4\ln|x-2| + \frac{6}{(x-2)} + c$
E) $-3\ln|x-2| - \frac{4}{(x-2)} + c$

11. $f(x) = \frac{x-3}{2x+4}$ olduğuna göre,

$\int_2^4 d(f^{-1}(x))$ integralinin değeri nedir?

A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{19}{21}$ C) $\frac{18}{19}$ D) $\frac{17}{15}$ E) $\frac{16}{15}$

12. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\int e^{\cos x} \cdot \sin x dx = -e^{\cos x} + c$
B) $\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + c$
C) $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + c$
D) $\int \cos 3x dx = -\frac{1}{3} \sin 3x + c$
E) $\int (e^x + e^{-x}) dx = e^x - e^{-x} + c$

13. $\int \frac{2x-3}{x^2+4} dx$

integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{2} \ln x^2 + 4l - \frac{3}{2} \arctan \frac{x}{2} + c$
B) $\ln x^2 + 4l - \arctan \frac{x}{2} + c$
C) $\frac{1}{2} \ln x^2 + 4l - \arctan \frac{x}{2} + c$
D) $\ln x^2 + 4l - \arctan x + c$
E) $\ln x^2 + 4l - \frac{3}{2} \arctan \frac{x}{2} + c$

14. $f(x) = x^2 - 1$ eğrisinin $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$ doğruları ve

Ox eksenini ile sınırladığı alan nedir?

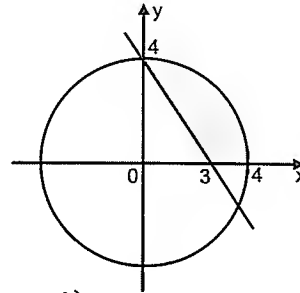
A) $-\frac{5}{24}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{5}{24}$ E) $\frac{7}{24}$

15. $\int df^2(4x)$

integralinin değeri nedir?

A) $f^2(4x) + c$ B) $4f^2(4x) + c$ C) $16f^2(4x) + c$
D) $\frac{1}{16} f^2(4x) + c$ E) $\frac{1}{4} f^2(4x) + c$

16. Şekildeki taralı bölge aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



A) $\int_0^4 \left(\sqrt{16-y^2} - \left(\frac{12-4y}{3} \right) \right) dy$
B) $\int_3^4 \left(\sqrt{16-y^2} - \left(\frac{12-3y}{4} \right) \right) dy$
C) $\int_0^4 \left(\sqrt{16-y^2} - \left(\frac{12-3y}{4} \right) \right) dy$
D) $\int_0^4 \left(\left(\frac{12-4x}{3} \right) - \sqrt{16-x^2} \right) dx$
E) $\int_0^4 \left(\sqrt{16-x^2} - \left(\frac{3y-12}{4} \right) \right) dx$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

ÖSS - ÖYS
YGS - LYS
SORULARI

1. 1990 - ÖYS:

$\int_0^4 \left[\sqrt{16-x^2} - (4-x) \right] dx$

integralinin değeri nedir?

A) $4(\pi - 2)$ B) $4(\pi - \sqrt{3})$ C) $3(\pi - \sqrt{2})$
D) $3\sqrt{2}(\pi - 2)$ E) $2\sqrt{3}(\pi - 2)$

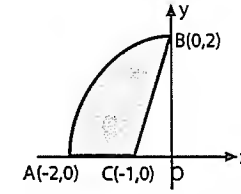
2. 1991 - ÖYS:

$\int_0^1 \frac{d(x^2)}{x^2+1}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\ln 2$ D) $\ln 3$ E) 2

3. 1991 - ÖYS:



Şekilde; \widehat{AB} , O merkezli dörtte bir çember yayı, $[BC]$ de B(0, 2), C(-1, 0) noktalarını birleştiren doğru parçasıdır. Buna göre, aşağıdaki integrallerden hangisi taralı alanı verir?

A) $\int_{-2}^1 \left[\sqrt{4-x^2} - (2+2x) \right] dx$
B) $\int_0^2 \left[\frac{y-2}{2} + \sqrt{4-y^2} \right] dy$
C) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-x^2} + (2+2x) \right] dx$
D) $\int_{-2}^{-1} \left[\sqrt{4-x^2} - (2+2x) \right] dx$
E) $\int_0^1 \frac{y-2}{2} dy + \int_0^2 \sqrt{4-y^2} dy$

4. 1991 - ÖYS:

$\int_0^1 (2x-3)(x^2-3x+2)^4 dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{32}{5}$ B) -3 C) 0 D) 3 E) $\frac{243}{5}$

5. 1992 - ÖYS:

$\frac{d}{dx} \left(\int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right)$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^3 + x^2$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ C) $\frac{67}{3}$ D) 79 E) 0

6. 1992 - ÖYS:

$\int -\cos(\cos^2 x) \cdot \sin 2x dx,$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin(\cos x) + c$ B) $\cos(\sin x) + c$
C) $\cos(\sin^2 x) + c$ D) $\sin(\cos^2 x) + c$
E) $\sin(\cos^2 x) + \cos(\sin^2 x) + c$

7. 1992 - ÖYS:

$\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) dx$

integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^3 (t^3 - t) dt$ B) $\int_1^3 (t^2 - 1) dt$
C) $\int_1^3 (e^{3t} - e^t) e^t dt$ D) $\int_0^1 (t^3 - t) dt$
E) $\int_0^3 (\ln 3t - \ln t) dt$

8. 1993 - ÖYS:

$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

integralinde, $x = 1 \sin t$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 t dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \sin^2 t dt$
C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 4(\sin t - \cos t) dt$ D) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t dt$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t dt$

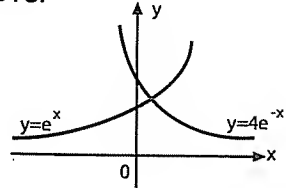
9. 1993 – ÖYS:

$$\left(\int_0^a x dx \right)^3 = \int_0^a x^3 dx$$

olduğuna göre, pozitif a değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

10. 1993 – ÖYS:



Şekilde, $y = e^x$, $y = 4e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y – eksenile sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\ln 2$ E) $\ln 3$

11. 1993 – ÖYS:

$$0 < a < \frac{\pi}{3} \text{ ve } \int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

12. 1994 – ÖYS:

$$\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx$$

integralinde, $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$ B) $\int \frac{1+u}{1-u} du$ C) $\frac{1}{2} \int \frac{1+u}{1-u} du$
D) $2 \int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$ E) $2 \int \frac{u(1+u)}{1-u} du$

13. 1994 – ÖYS:

$$\int_{\frac{\pi}{12}}^a -2(\sin^4 x - \cos^4 x) dx = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

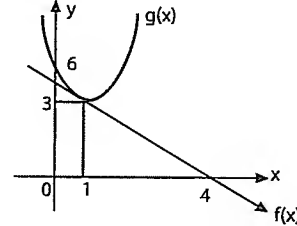
14. 1995 – ÖYS:

$$\int \frac{x+3}{x^2-9x+14} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x-2| + \ln|x+5| + c$
B) $2\ln|x-2| + 2\ln|x+5| + c$
C) $2\ln|x-7| - \ln|x-2| + c$
D) $\ln|x-1| - 2\ln|x+3| + c$
E) $5\ln|x-7| + 3\ln|x-2| + c$

15. 1995 – ÖYS:



Şekildeki, $f(x)$ doğrusu, $x = 1$ noktasında $y = g(x)$ eğrisine teğettir.

$$\int_0^1 \frac{g'(x)}{g(x)} dx = \ln \frac{a}{8} \text{ olduğuna göre, } a \text{ kaçtır?}$$

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

16. 1995 – ÖYS:

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin(\arccos x) dx$$

integralinde, $t = \arccos x$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \sin 2t dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos^2 2t dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} -\cos t dx$
D) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} -\cos^2 t dx$ E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} -\sin^2 t dt$

17. 1995 – ÖYS:

$y = f(x)$ eğrisinin, $(-2, 3)$ noktasındaki teğeti, x eksenini ile 135° lik açı yapmaktadır.

$f''(x) = 16x$ olduğuna göre, eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{69}{5}$ E) $-\frac{125}{3}$

18. 1996 – ÖYS:

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[\frac{d}{dt} \left(\int_0^1 \cos 3x dx \right) \right] dt$$

değeri kaçtır?

- A) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

19. 1996 – ÖYS:

$y^2 = 16 - x$ parabolünün, koordinat sisteminin 1. bölgesindeki $(x \geq 0, y \geq 0)$ parçası ile $x = 0$ ve $y = 0$ doğruları ile sınırlı olan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{128}{3}$ B) $\frac{64}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 16

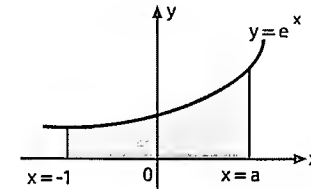
20. 1996 – ÖYS:

Şekildeki gibi,

$y = e^x$ eğrisi;

$x = -1$,

$x = a$ ve $y = 0$



doğruları ile sınırlı bölgenin, x eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmi, $\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2}) br^3$ olduğuna göre, a nın değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

21. 1997 – ÖYS:

$$\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx$$

integralinin değeri, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ B) $-\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$
C) $\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ D) $-\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$
E) $\frac{4}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

22. 1997 – ÖYS:

$y = \frac{1}{3}x^2$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve x eksenini ile sınırlı bölgenin, x eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{13\pi}{4}$ B) $\frac{17\pi}{4}$ C) $\frac{19\pi}{5}$ D) $\frac{27\pi}{5}$ E) $\frac{32\pi}{5}$

23. 1997 – ÖYS:

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx$$

integralinin değeri, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{25\pi}{4}$ B) $\frac{25\pi}{8}$ C) 16π D) 36 E) 45

24. 1998 – ÖYS:

$y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2$ eğrisi ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

25. 1998 – ÖYS:

$$\int \frac{5x+2}{x^2-4} dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + c$
B) $5\ln|x-2| - 2\ln|x+2| + c$
C) $2\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
D) $\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$
E) $5\ln|x^2-4| + c$

26. 2006 – ÖSS MAT 2:

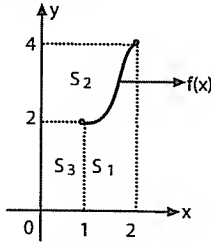
$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x) dx$$

integralinde $t = \pi - x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t + \cos t) dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - \cos t) dt$
C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin t - \cos t) dt$ D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos t - \sin t) dt$
E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^0 (\sin t - \cos t) dt$

27. 2006 – ÖSS MAT 2:

Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten $f: [1, 2] \rightarrow [2, 4]$ fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.



Buna göre, $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

28. 2006 – ÖSS MAT 2:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her noktada türevli ve $f'(x) = x + 1$, $f(2) = -1$ olduğunda göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) -1 E) 0

29. 2007 – ÖSS MAT 2:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2} + \ln 2$ B) $-1 + \ln 2$ C) $\ln 2$
D) $2 \ln 2$ E) $1 + 2 \ln 2$

30. 2007 – ÖSS MAT 2:

$$\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $1 + \sqrt{3}$ B) $2 - 2\sqrt{3}$ C) $2 + \sqrt{3}$
D) $4 - \sqrt{3}$ E) $8 - 3\sqrt{3}$

31. 2007 – ÖSS MAT 2:

$$x^2 = 2y$$

$$y^2 = 2x$$

eğrileriyle sınırlanan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

32. 2008 – ÖSS MAT 2:

$b > 0$ olduğuna göre,

$$\int_0^b (2x - x^2) dx$$

integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

33. 2008 – ÖSS MAT 2:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$ B) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - 1$ C) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - 1$
D) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$ E) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

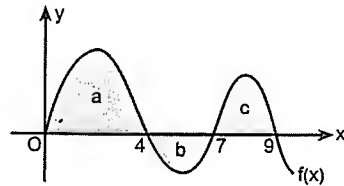
34. 2008 – ÖSS MAT 2:

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

35. 2009 – ÖSS MAT 2:



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a, b ve c birim karedir.

Buna göre, $\int_0^9 |f(x)| dx - \int_0^7 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) $2a + b$ B) $2a + c$ C) $2b + c$
D) $2c + b$ E) $2a + 2b + c$

36. 2009 – ÖSS MAT 2:

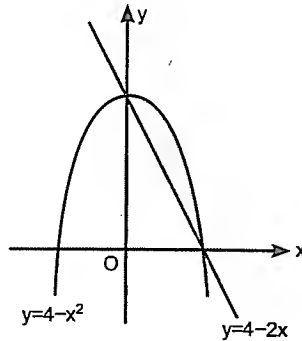
$$\int_0^1 (x+1)e^x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) e B) $e - 1$ C) $e - 2$
D) $2e - 1$ E) $2e - 3$

37. 2009 – ÖSS MAT 2:

Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

38. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

39. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

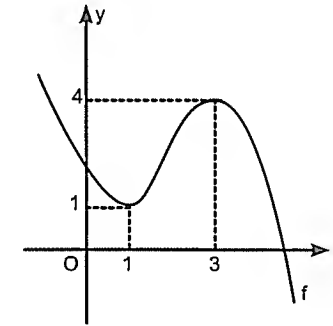
- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

40. 2010 – LYS 1 / MAT:

$y = x^3$ eğrisi ve $y = x$ doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

41. 2010 – LYS 1 / MAT:



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu için

$$\int_1^3 \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

42. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$f(x) = \begin{cases} 3-x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x-3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

için $\int_1^3 f(x+1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

43. 2011 – LYS 1 / MAT:

$$f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$$

$$f(0) = 2$$

olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

44. 2011 – LYS 1 / MAT:

Bir f fonksiyonunun grafiğinin $x = a$ noktasındaki teğetinin eğimi 1, $x = b$ noktasındaki teğetinin eğimi ise $\sqrt{3}$ tür.

$f''(x)$ ikinci türev fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sürekli olduğuna göre

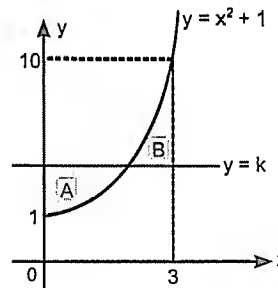
$$\int_a^b f'(x) \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

45. 2011 – LYS 1 / MAT:

Aşağıdaki grafikte, A ve B bölgelerinin alanları eşit olacak şekilde $y = k$ doğrusu verilmiştir.



Buna göre, k'nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{11}{2}$

46. 2011 – LYS 1 / MAT:

$$\int_1^e \ln^3 x dx = 6 - 2e$$

olduğuna göre, $\int_1^e \ln^4 x dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $7e - 16$ B) $8e - 18$ C) $9e - 24$
D) $10e - 26$ E) $11e - 28$

47. 2011 – LYS 1 / MAT:

$\int \frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \ln u du$ B) $\int 2 \ln u du$ C) $\int \frac{\ln u}{u} du$
D) $\int \frac{\ln u}{2u} du$ E) $\int u \ln u du$

48. 2012 – LYS 1 / MAT:

$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int 2 dx$$

eşitliği veriliyor.

$f(0) = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$
D) -2 E) -1

49. 2012 – LYS 1 / MAT:

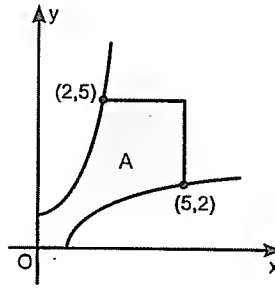
$$\int (\arcsin x)^2 dx$$

integralinde $u = \arcsin x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int u \cdot \sin^2 u du$ B) $\int u \cdot \cos^2 u du$
C) $\int u^2 \cdot \sin u du$ D) $\int u^2 \cdot \cos u du$
E) $\int u^2 du$

50. 2012 – LYS 1 / MAT:

Birinci bölgede; koordinat eksenleri, $x = 5$, $y = 5$ doğruları ve $y = x^2 + 1$, $x = y^2 + 1$ eğrileri arasında kalan A bölgesi yanda verilmiştir.

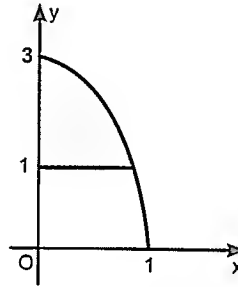


A bölgesinin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{27}{2}$ B) $\frac{35}{3}$ C) $\frac{43}{3}$ D) $\frac{71}{6}$ E) $\frac{77}{6}$

51. 2012 – LYS 1 / MAT:

Birinci bölgede; y eksen, $y = 1$ doğrusu ve $9x^2 + y^2 = 9$ elipsi arasında kalan bölge y eksen, etrafında 360° döndürülüyor.



Elde edilen dönel cismin hacmi kaç birim küptür?

- A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{10\pi}{9}$ C) $\frac{19\pi}{18}$
D) $\frac{25\pi}{27}$ E) $\frac{28\pi}{27}$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI
ÖSS - ÖYS - YGS - LYS SORULARI CEVAP ANAHTARI

1- A	2- C	3- B	4- A	5- E	6- D	7- B
8- E	9- C	10- B	11- A	12- E	13- C	14- C
15- D	16- E	17- E	18- D	19- A	20- D	21- A
22- D	23- B	24- D	25- A	26- B	27- C	28- A
29- A	30- E	31- D	32- E	33- A	34- A	35- C
36- A	37- C	38- B	39- D	40- A	41- D	42- C
43- C	44- A	45- C	46- C	47- B	48- A	49- D
50- C	51- E					